

رفتار هزینه ها و طبقه بندی آنها

Fixed Costs

ثابت

Variable Costs

متغیر

Semi Fixed Costs

نیمه ثابت

Semi Variable Costs

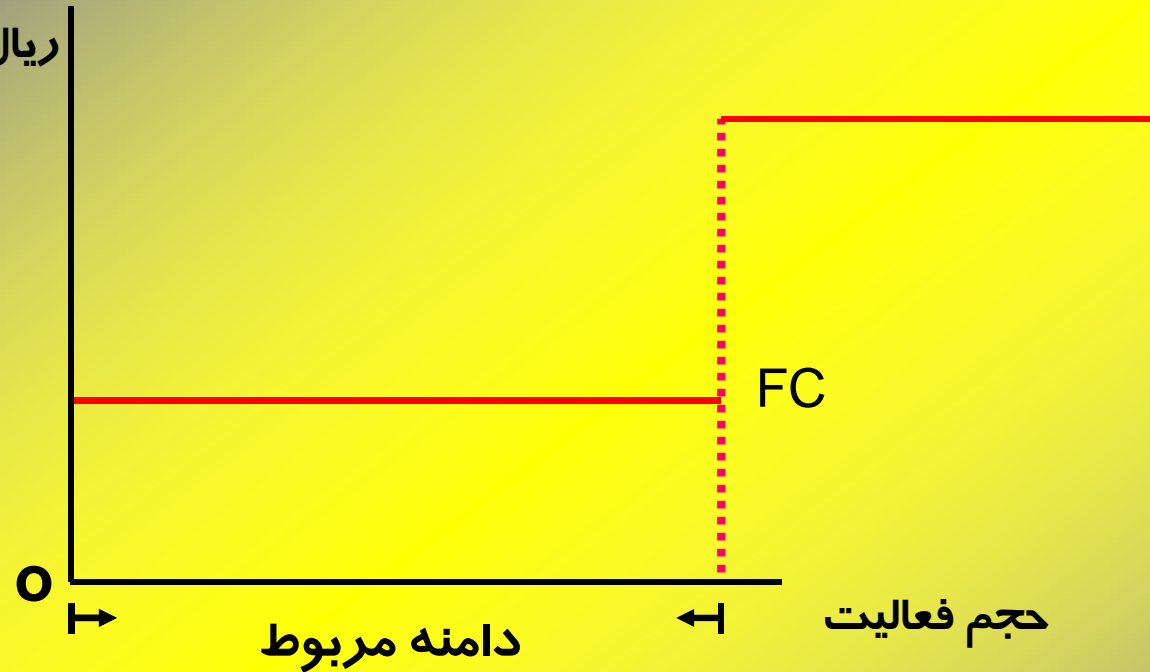
نیمه متغیر

هزینه ها
از دیدگاه
حجم فعالیت

Fixed Costs

هزینه های ثابت

ریال هزینه های کل



هزینه های ثابت؛

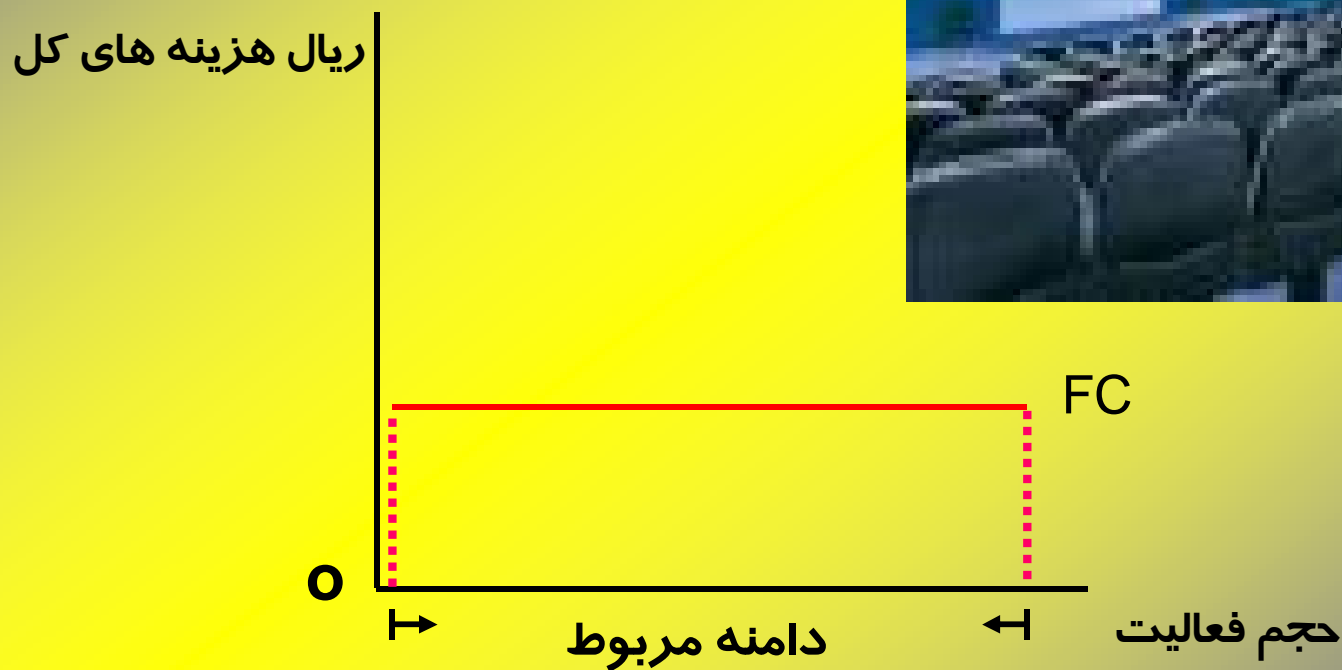
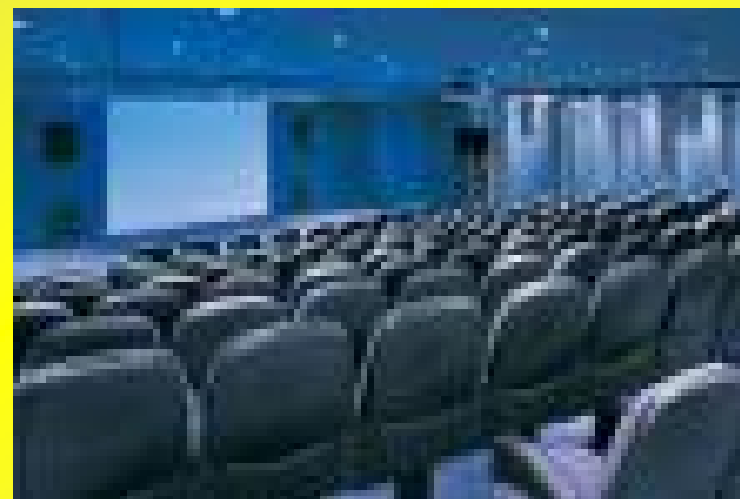
هزینه هایی هستند که در دامنه مربوط؛ به حجم فعالیت بستگی ندارند.
در این تعریف :

1- زمان کوتاه مدت فرض می شود.

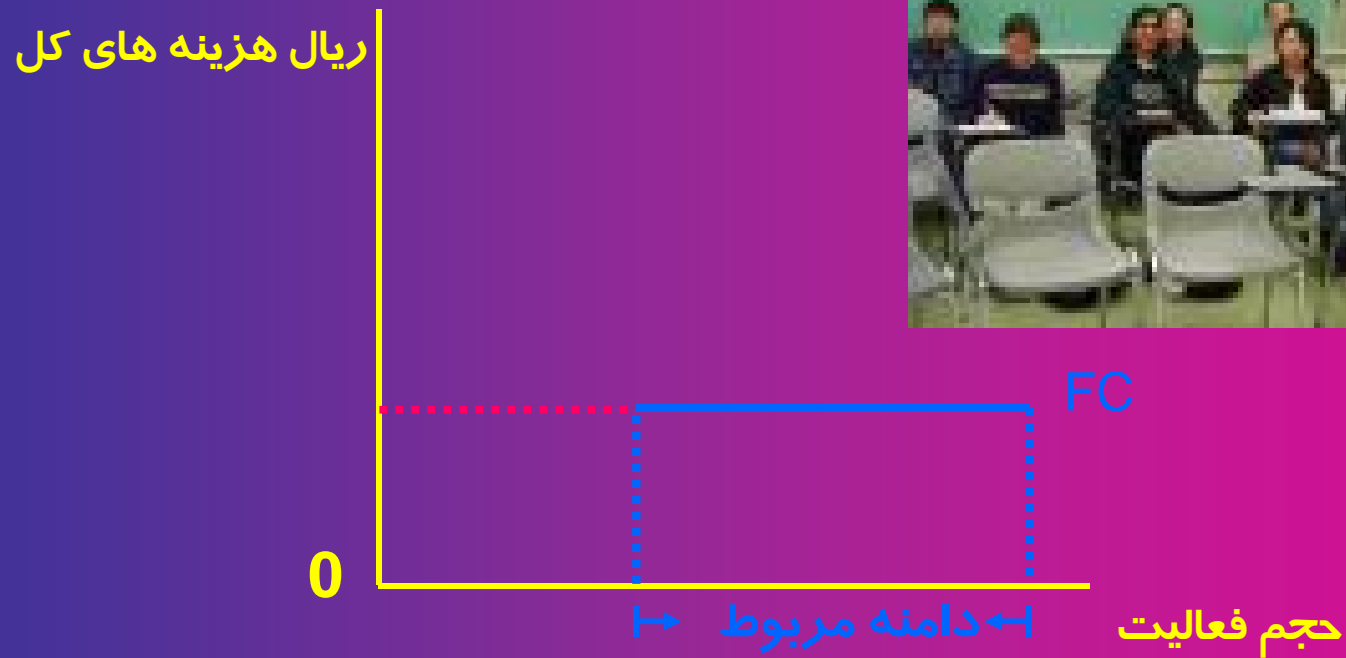
2- دامنه مربوط محدود است.

3- هزینه های ثابت در حجم فعالیت صفر؛ وجود دارند.

آیا همواره در حجم فعالیت صفر؛ هزینه های ثابت وجود دارند؟

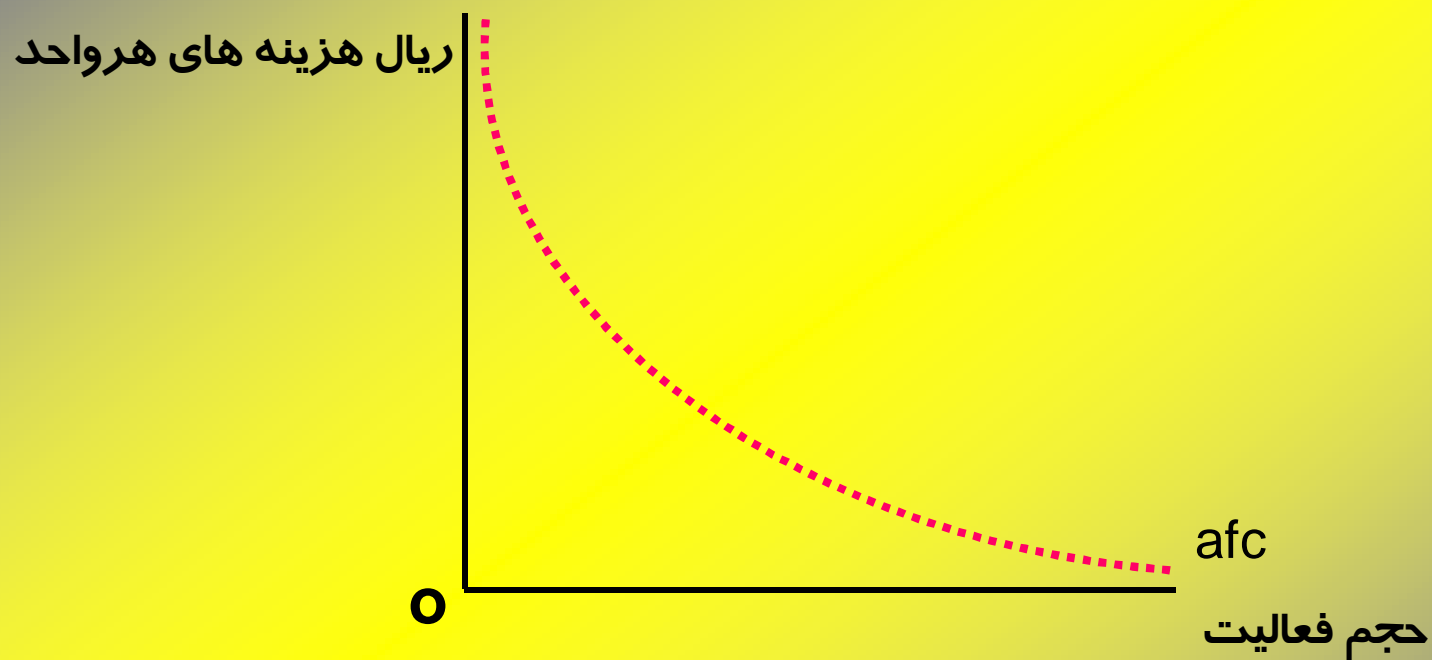


برخی از هزینه های ثابت دامنه مربوط محدودتری دارند.



Average Fixed Costs Unit Fixed Costs

هزینه های ثابت متوسط
هزینه های ثابت هر واحد



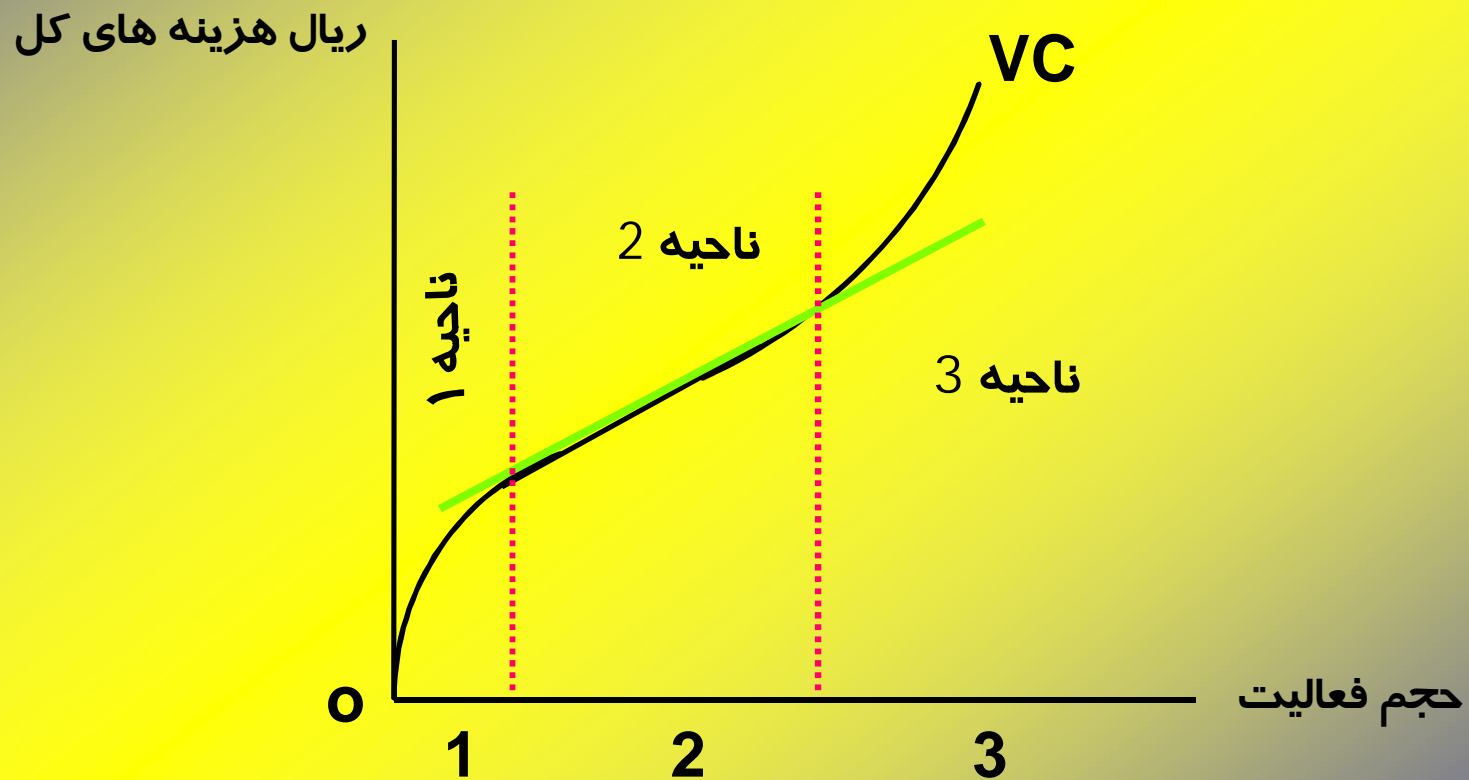
فرض کنید هزینه ثابت کل شرکت ایرانیان 1 200 000 ریال است. هزینه ثابت هر واحد با تقسیم هزینه ثابت کل بر حجم فعالیت (در این مثال؛ تعداد تولید) حاصل می شود. دامنه مربوط را از صفر تا 10 000 واحد فرض کرده ایم.

تعداد تولید	هزینه ثابت کل	هزینه ثابت هر واحد
0	1/200/000	$1/200/000 \div 0 = \infty$
1	1/200/000	$1/200/000 \div 1 = 1/200/000$
2	1/200/000	$1/200/000 \div 2 = 600/000$
3	1/200/000	$1/200/000 \div 3 = 400/000$
4	1/200/000	$1/200/000 \div 4 = 300/000$
5	1/200/000	$1/200/000 \div 5 = 240/000$
6	1/200/000	$1/200/000 \div 6 = 200/000$
10	1/200/000	$1/200/000 \div 10 = 120/000$
100	1/200/000	$1/200/000 \div 100 = 12/000$
1000	1/200/000	$1/200/000 \div 1000 = 1/200$
4000	1/200/000	$1/200/000 \div 4000 = 300$
10/000	1/200/000	$1/200/000 \div 10/000 = 120$

Variable Costs

هزینه های متغیر

از دید تئوری های اقتصاد

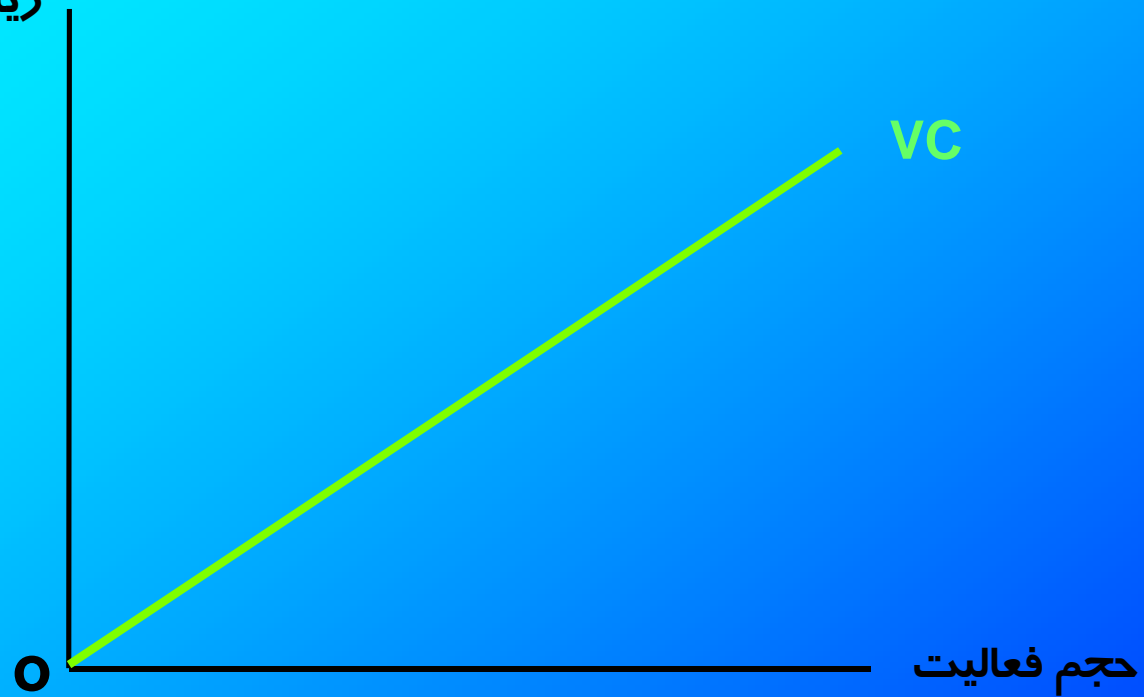


Variable Costs

هزینه های متغیر

در برنامه های خطی

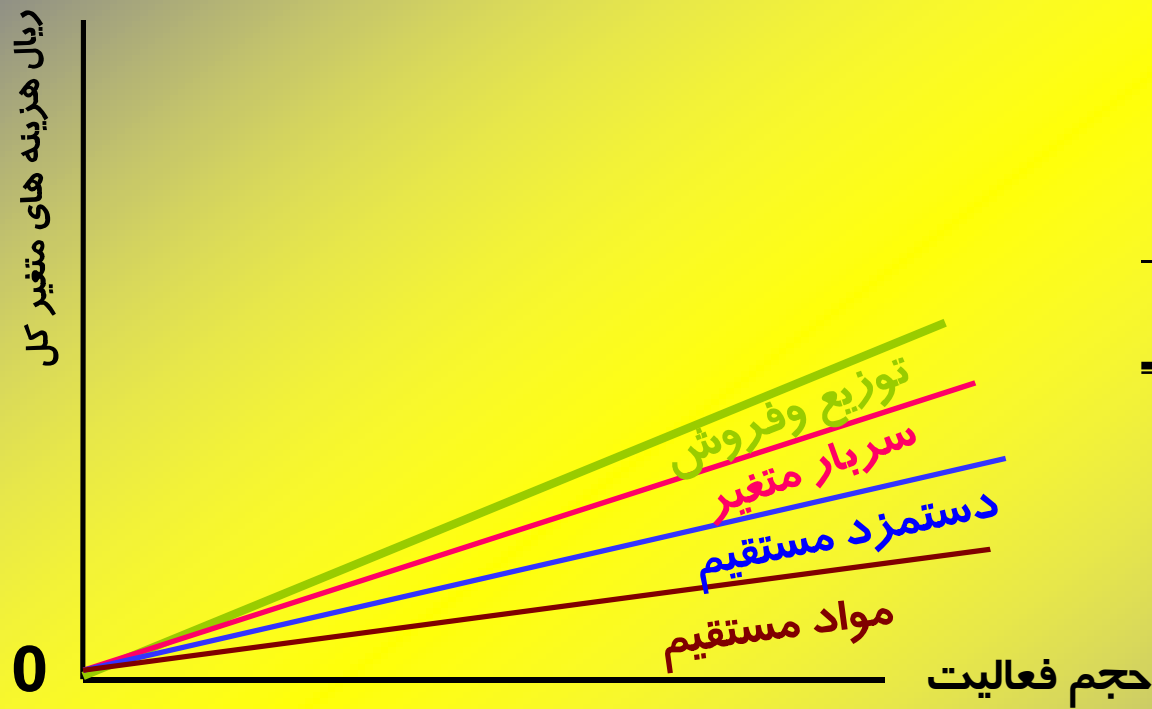
ریال هزینه های کل



Variable Costs

هزینه های متغیر

100 ریال	مواد مستقیم
50 ریال	دستمزد مستقیم
30 ریال	سربار متغیر
20 ریال	توزیع و فروش
<u>200 ریال</u>	<u>جمع</u>



رفتار هزینه های متغیر

هزینه متغیر کل	هزینه متغیر هر واحد	تعداد تولید و فروش
$200 \times 0 = 0$	200	0
$200 \times 1 = 200$	200	1
$200 \times 2 = 400$	200	2
$200 \times 3 = 600$	200	3
$200 \times 4 = 800$	200	4
$200 \times 5 = 1000$	200	5
$200 \times 6 = 1200$	200	6
$200 \times 10 = 2000$	200	10
$200 \times 100 = 20/000$	200	100
$200 \times 1000 = 200/000$	200	1000
$200 \times 4000 = 800/000$	200	4000

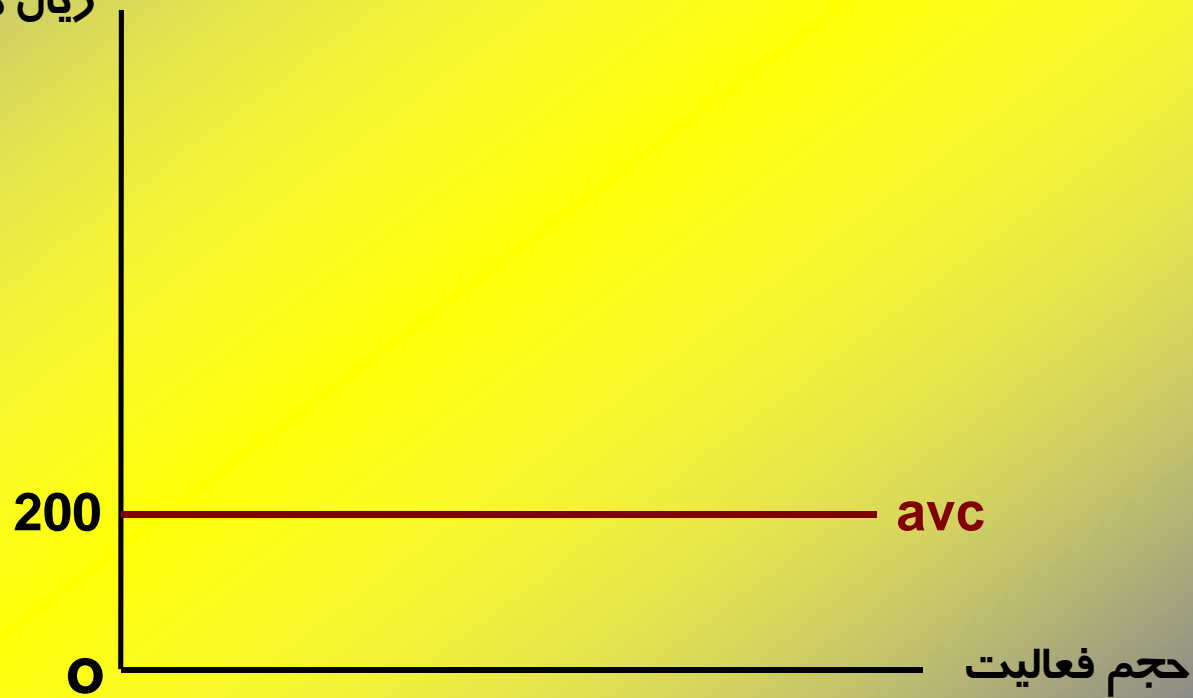
Average Variable Costs

هزینه های متغیر متوسط

Unit Variable Costs

هزینه های متغیر هر واحد

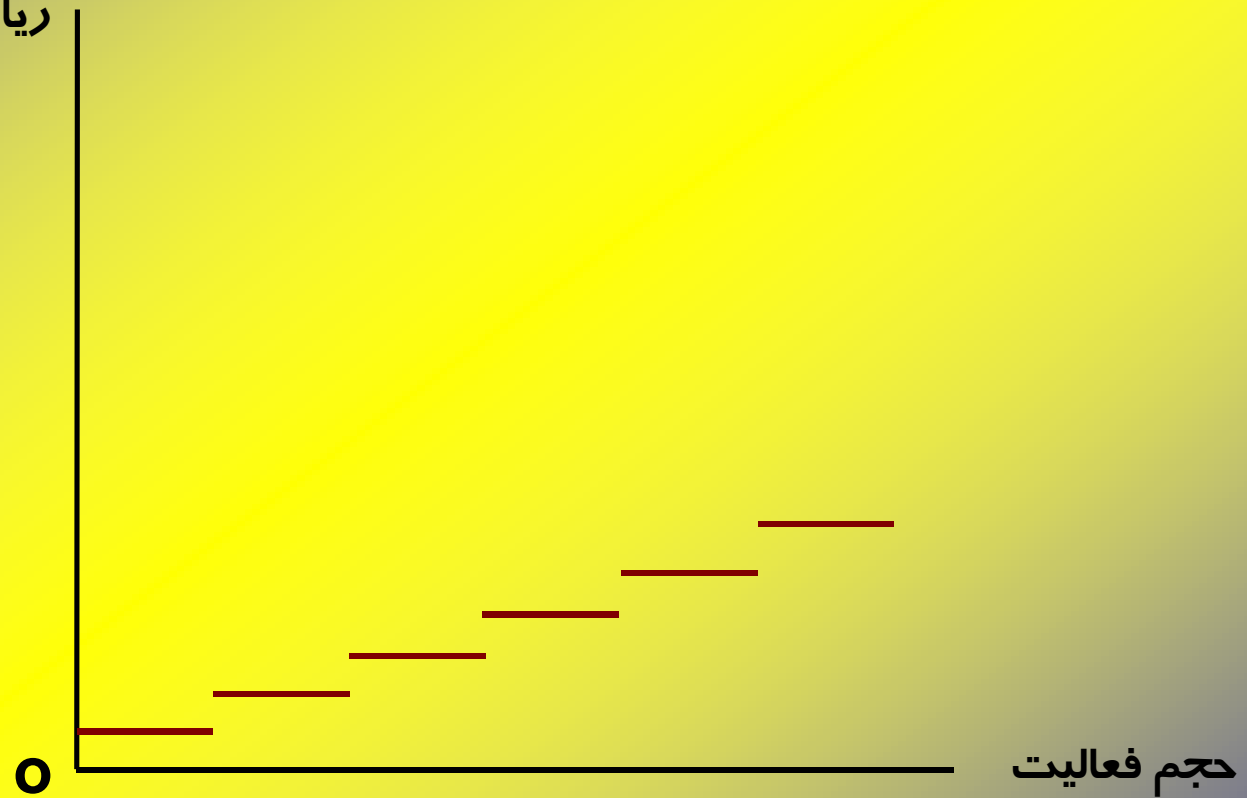
ریال هزینه های هر واحد



Semi Fixed Costs

هزینه های نیمه ثابت

ریال هزینه های کل



در دامنه مربوط کلی شرکت؛ این هزینه ها دارای دامنه مربوط محدودتر بوده و به صورت پله ای افزایش می یابند.

Semi Fixed Costs

هزینه های نیمه ثابت

هزینه نیمه ثابت هر واحد	هزینه نیمه ثابت	تعداد تولید و فروش
∞	1000	0
1000	1000	1
500	1000	2
333	1000	3
250	1000	4
200	1000	5
166/7	1000	6
100	1000	10
10/1	1000	99
20	2000	100
19/8	2000	101

Semi Variable Costs

هزینه های نیمه متغیر

این هزینه ها ، مخلوطی از هزینه های ثابت و متغیر هستند.

بخشی از این هزینه ها شبیه هزینه های ثابت است که در سطوح مختلف فعالیت تغییری نمی کند و بخش دیگری از آن شبیه هزینه های متغیر است که با تغییرات حجم فعالیت، تغییر می کند.

اطلاعات مربوط به هزینه برق مصرفی شش ماه اول 1383 شرکت ایرانیان
در جدول زیر آمده است:

نرخ	هزینه برق مصرفی	تعداد تولید	ماه
14	14000	1 000	1
14/55	16000	1100	2
13/85	18000	1300	3
12	18000	1500	4
12/22	22000	1800	5
13/12	19000	1600	6

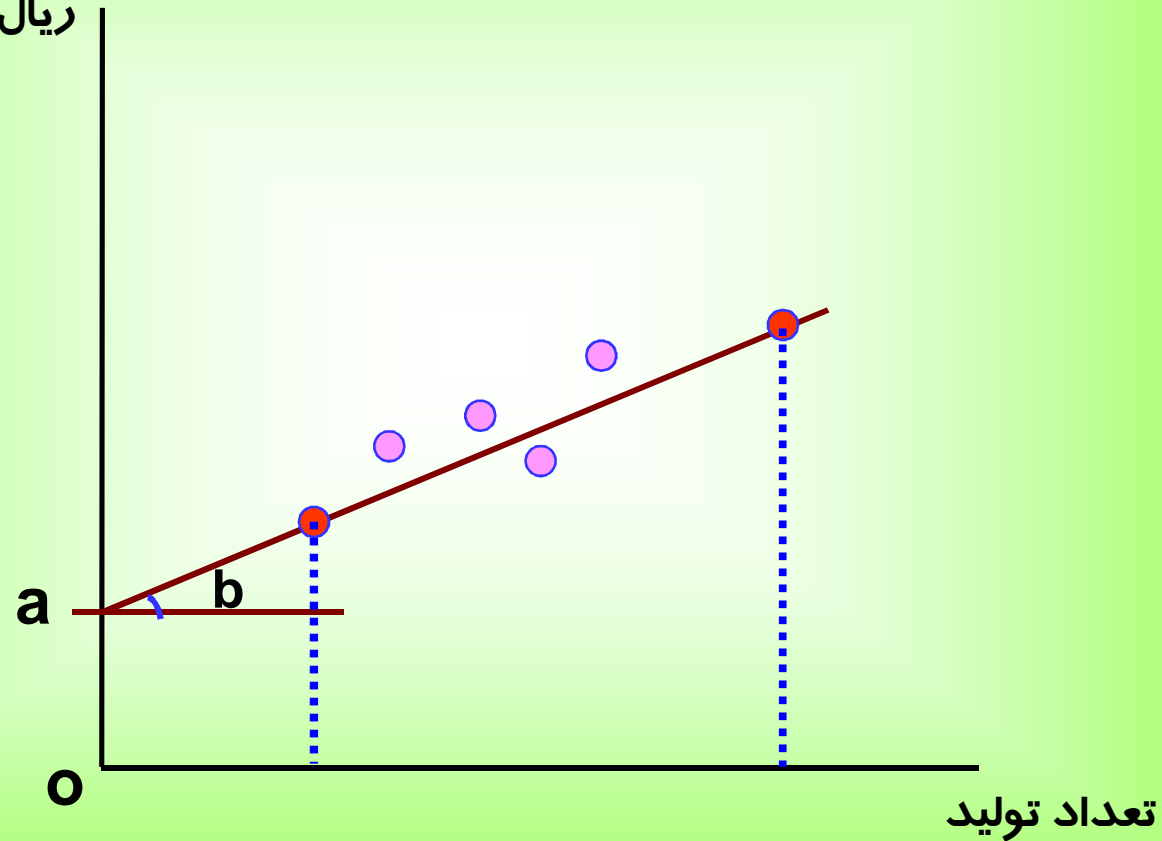
آیا این هزینه ثابت است ؟ آیا این هزینه متغیر است ؟

در چه صورت این هزینه نیمه ثابت است ؟
به این ترتیب، این هزینه نیمه متغیر است .

نحوه تفکیک اجزای ثابت و متغیر هزینه های نیمه متغیر

روش اول : بالاترین و پایین ترین سطوح فعالیت

ریال هزینه کل برق



روش اول : بالاترین و پایین ترین سطوح فعالیت

a = عرض از مبدأ = مقدار ثابت هزینه برق

b = ضریب زاویه یا شیب خط = نرخ متغیر هزینه برق

$$b = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

	واحد	ریال
(بالاترین سطح فعالیت)	1 / 800	22 000
(پایین ترین سطح فعالیت)	1 / 000	14 000

نرخ هزینه متغیر برق 10 = 800 : 8 000

هزینه ثابت برق = هزینه متغیر برق - هزینه کل برق

$$22\ 000 - (1/800 \times 10) = 4000$$

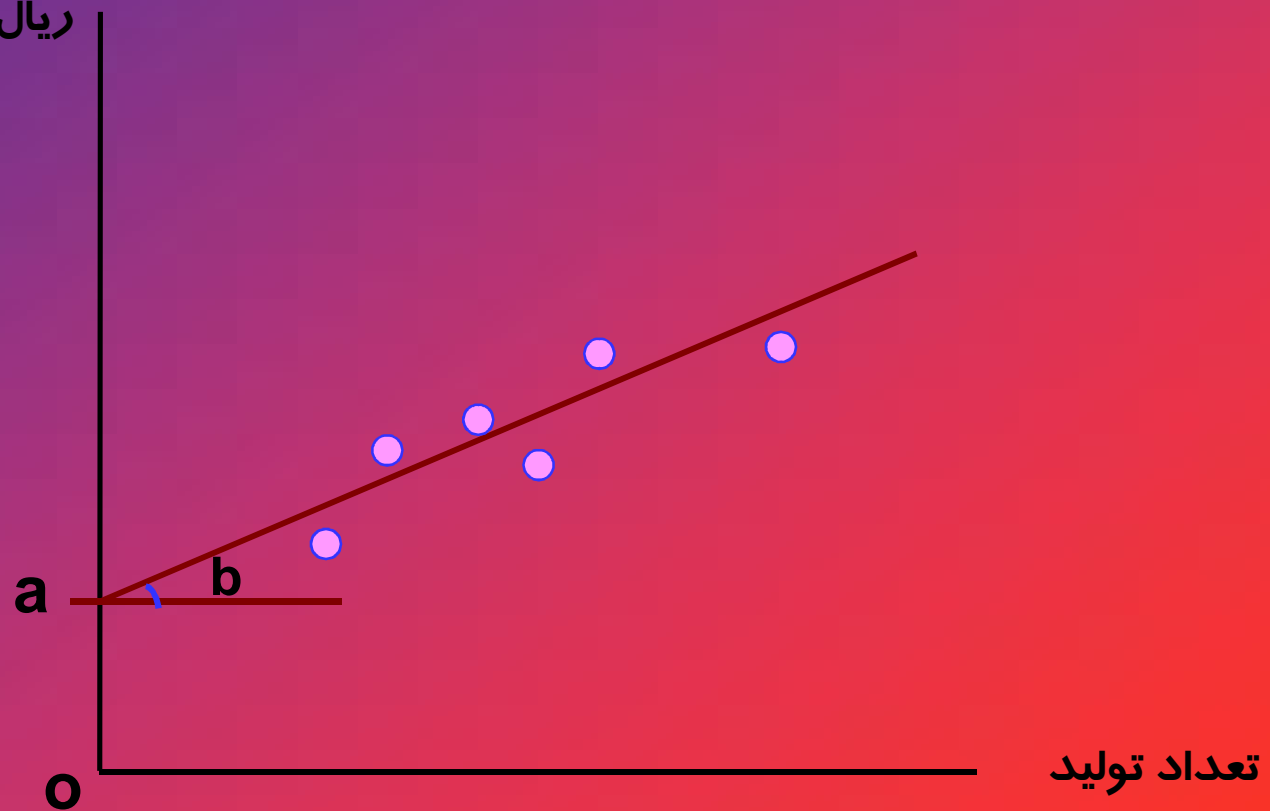
$$y = a + bx$$

رابطه خطی هزینه برق ←

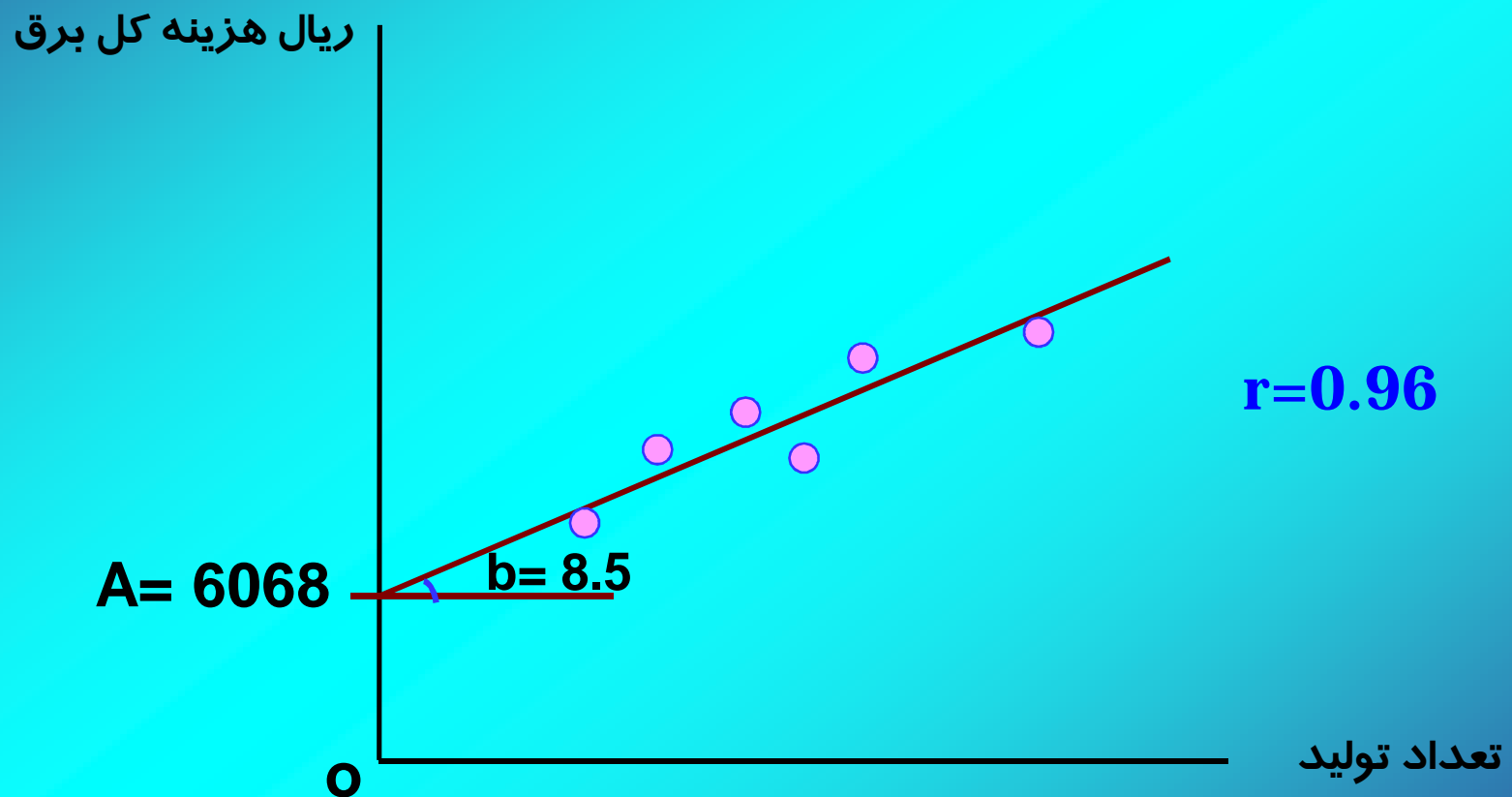
(تعداد تولید) 10 + 4000 = هزینه کل برق

نحوه تفکیک اجزای ثابت و متغیر هزینه های نیمه متغیر روش ترسیمی

ریال هزینه کل برق

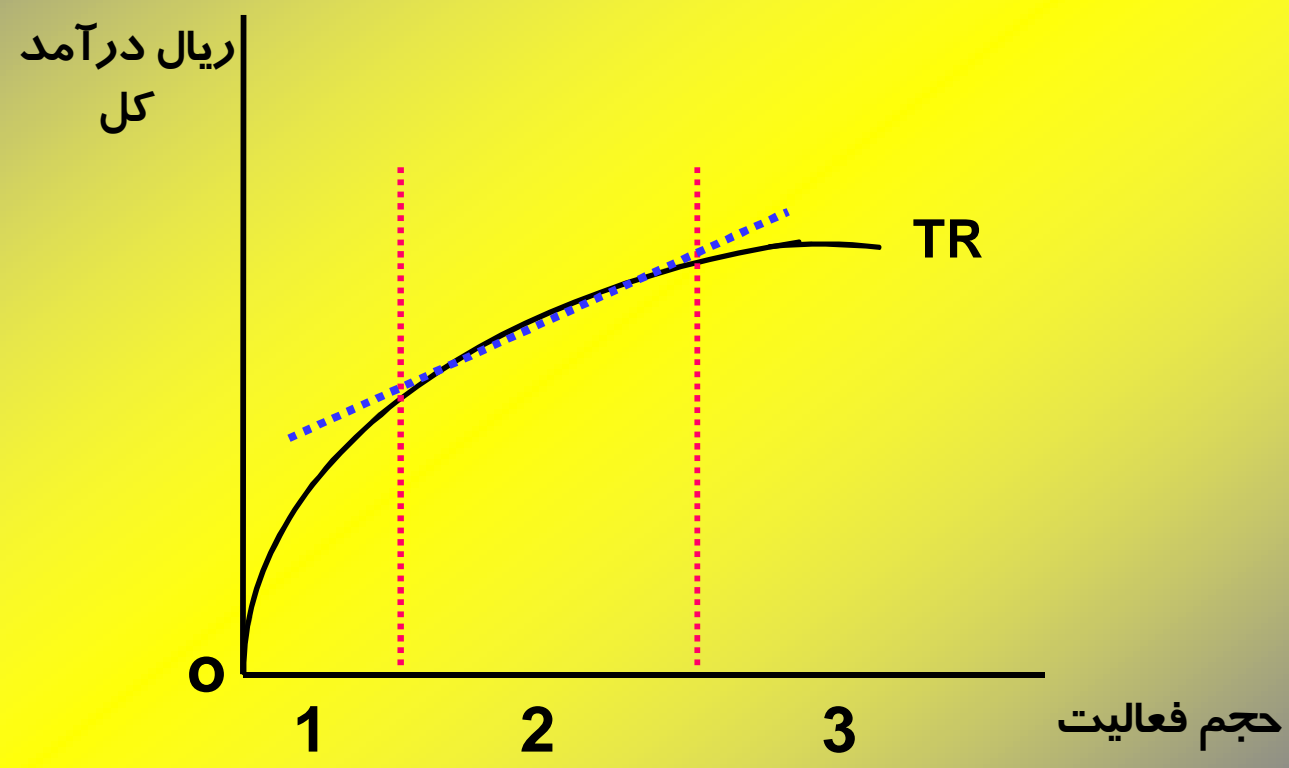


نحوه تفکیک اجزای ثابت و متغیر هزینه های نیمه متغیر روش حداقل مربعات



Total Revenue

درآمد کل

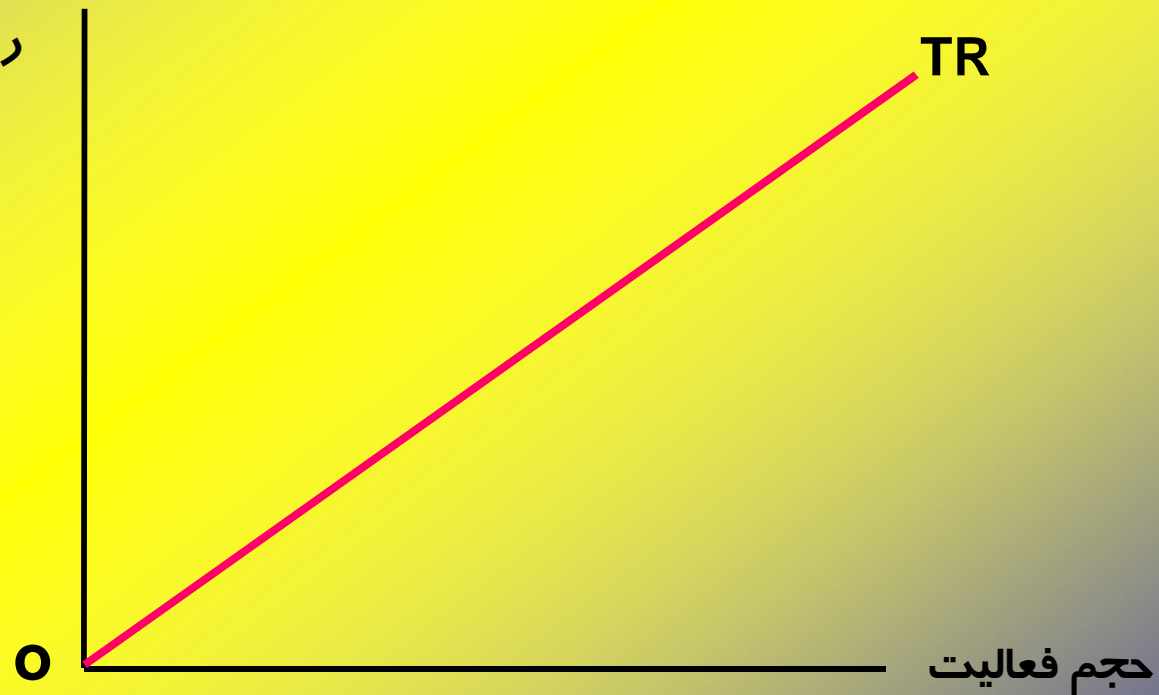


Total Revenue

درآمد کل

(در برنامه ریزی خطی)

ریال درآمد کل



WWW.HESABDAR.ORG

Average Total Revenue

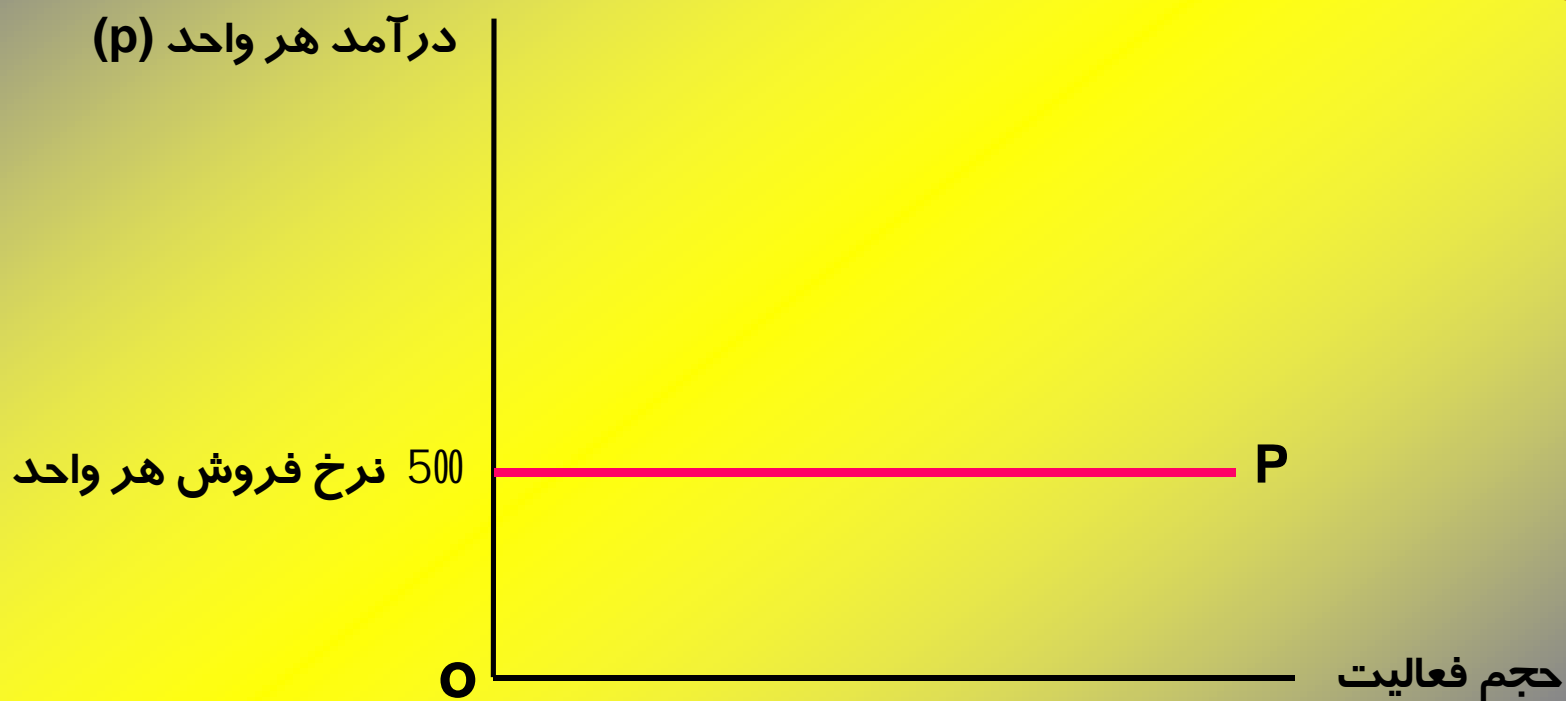
درآمد متوسط

Unit Total Revenue

درآمد هر واحد

Price

نرخ هر واحد

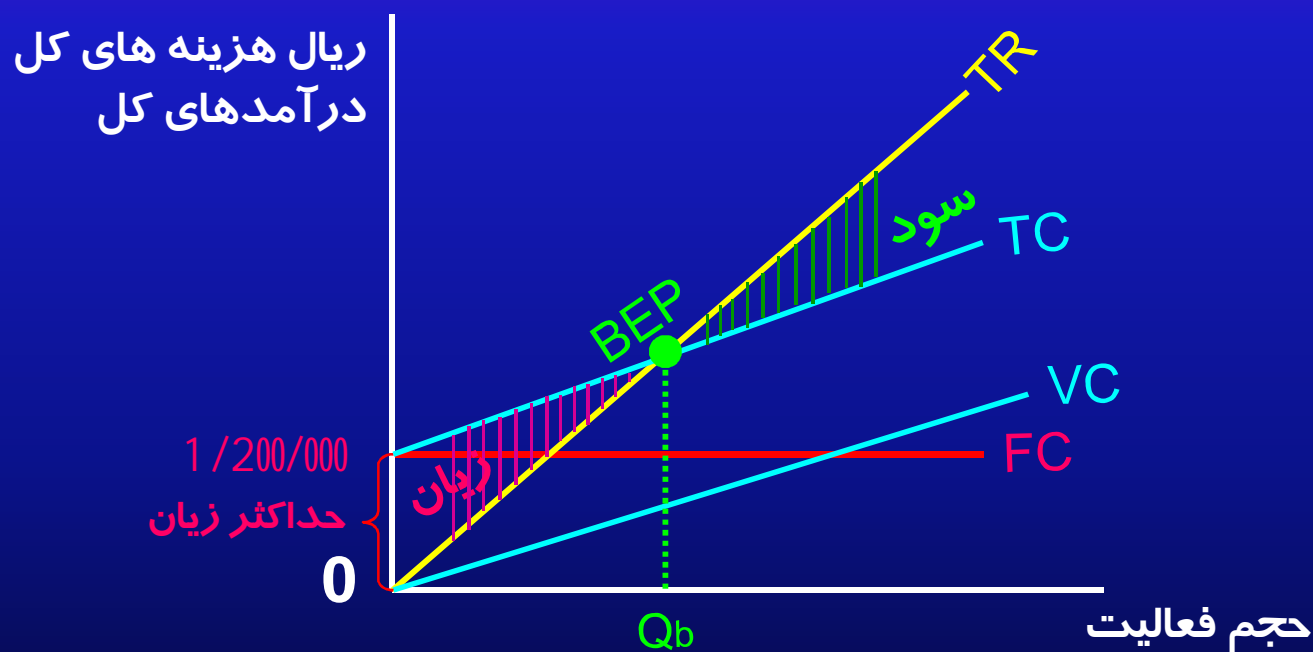


رفتار درآمد

درآمد کل فروش	نرخ فروش هر واحد	تعداد فروش
0	500	0
500	500	1
1000	500	2
1500	500	3
2000	500	4
2500	500	5
3000	500	6
5000	500	10
50/000	500	100
500/000	500	1000
2/000/000	500	4000
5/000/000	500	10/000

نقطه سر به سر Break Even Point

حال؛ نمودار درآمد را نیز به نمودارهای قبلی اضافه می کنیم :



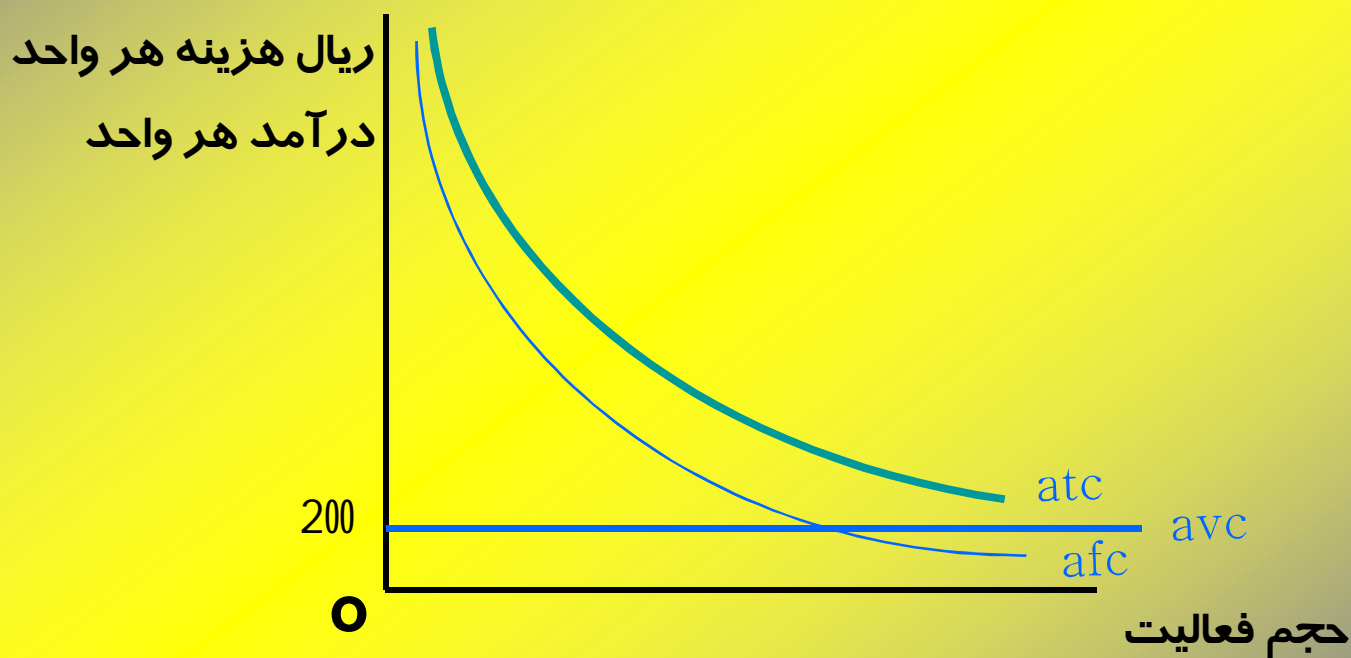
معمولاً خط TR شیب بیشتری از VC دارد. از درآمد فروش انتظار می رود :

- 1- هزینه های متغیر را پوشش دهد.
- 2- هزینه های ثابت را پوشش دهد.

3- سود ایجاد کند.

نقطه سر به سر Break Even Point

هزینه کل هر واحد از جمع هزینه متغیر و ثابت هر واحد به دست می آید.



چرا فاصله بین هزینه کل هر واحد و هزینه ثابت هر واحد که معادل هزینه متغیر هر واحد است و باید ثابت باشد، کم شده است؟

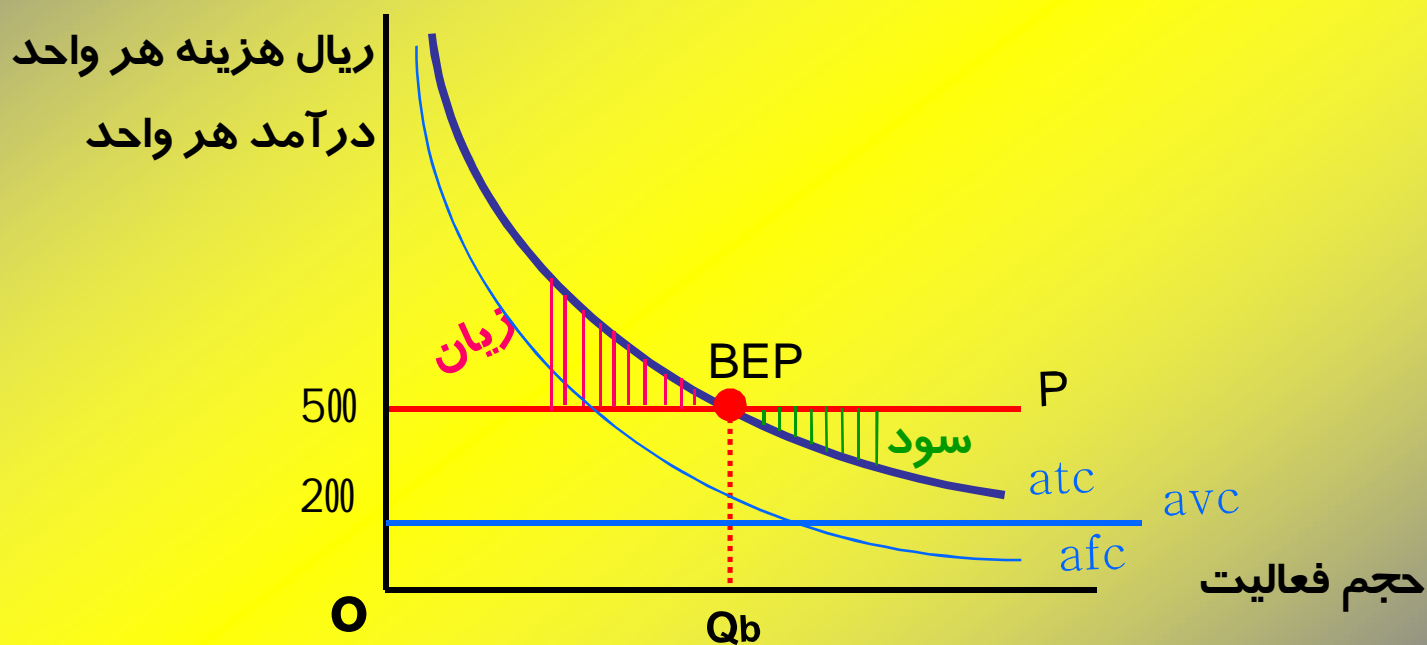
در واقع این فاصله کم نشده است. این خطای دید شماسست که در فواصل دور خطوط موازی را به هم نزدیک می بیند.



نقطه سر به سر Break Even Point

هزینه کل هر واحد از جمع هزینه متغیر و ثابت هر واحد به دست می آید.

حال؛ نمودار درآمد هر واحد را نیز به نمودارهای قبلی اضافه می کنیم :



محاسبه نقطه سر به سر از طریق روابط ریاضی

در نقطه سر به سر

$$\Rightarrow TR = TC$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{VC + FC}$$

$$\Rightarrow TR = VC + FC$$

$$\Rightarrow p \cdot Q = v \cdot Q + FC$$

$$\Rightarrow p \cdot Q - v \cdot Q = FC$$

$$\Rightarrow Q(p - v) = FC$$

محاسبه نقطه سر به سر از طریق روابط ریاضی

فرمول محاسبه تعداد تولید و فروش در نقطه سر به سر

$$Q_b = \frac{FC}{p - v}$$

$$Q_b = \frac{1\,200\,000}{500 - 200} = 4000 \text{ واحد}$$

$$p - v = cm \quad \text{حاشیه فروش هر واحد}$$

CM؛ مبالغی است که پس از کسر هزینه های متغیر از فروش هر واحد باقی می ماند.

$$TR - VC = CM \quad \text{حاشیه فروش کل}$$

CM؛ مبالغی است که پس از کسر هزینه های متغیر کل از درآمد کل باقی می ماند. که دو وظیفه خود را به ترتیب انجام دهد:

مفاهیم حاشیه فروش Contribution Margin

انتظارات از حاشیه فروش:

پوشش هزینه های ثابت
(مفهوم حاشیه پوششی)

ایجاد سود (مفهوم حاشیه سود)

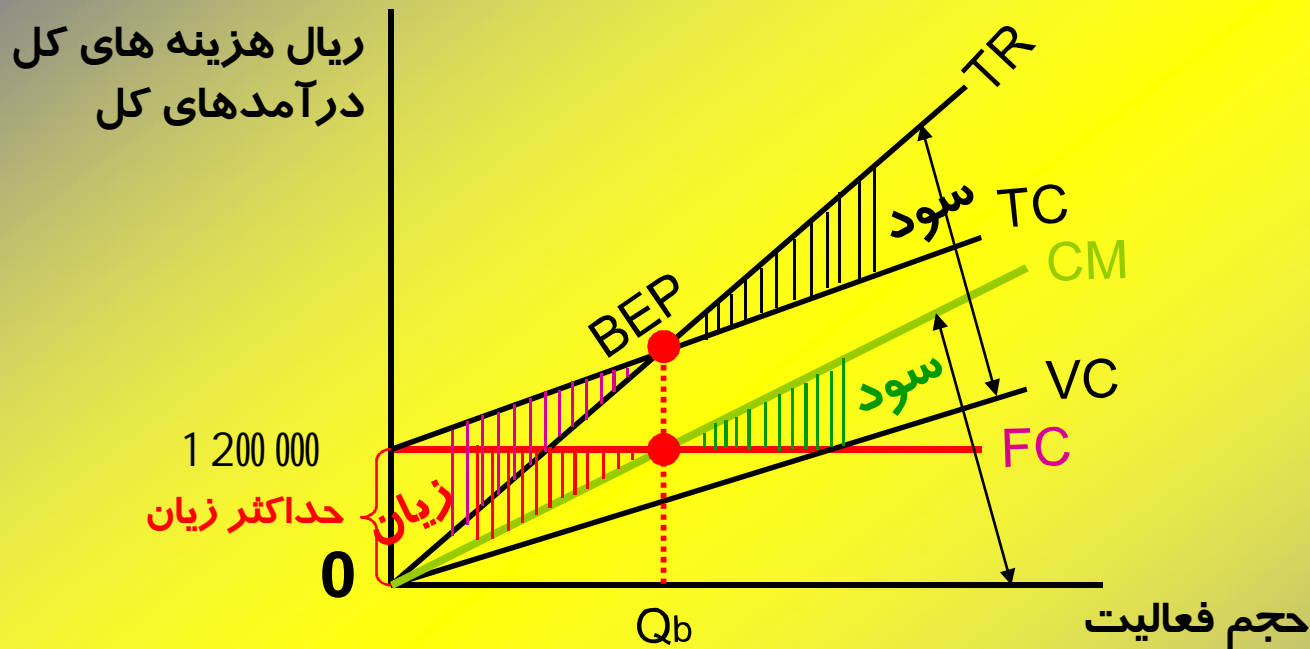
انتظارات از درآمد فروش:

پوشش هزینه های متغیر

پوشش هزینه های ثابت

ایجاد سود

جایگاه حاشیه فروش روی نمودارها



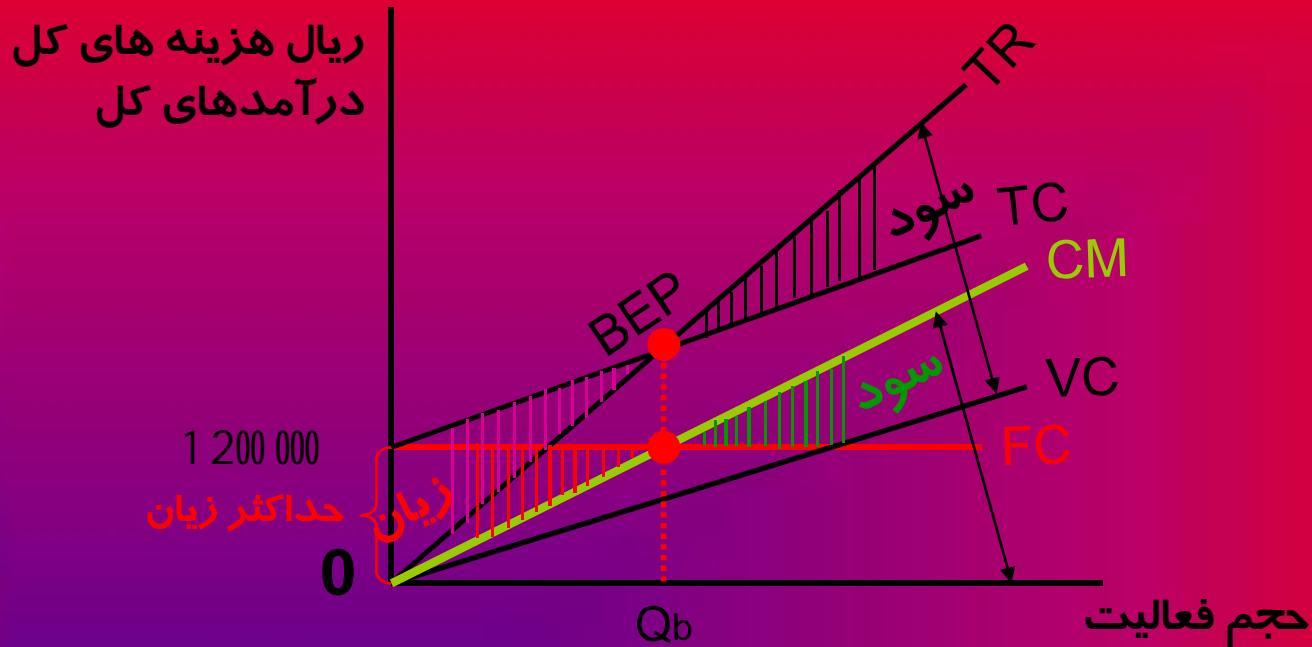
اولاً: رابطه خطی است، چون از تفاضل VC و TR حاصل می شود.

ثانیاً: شروع از مبدأ مختصات است، چون در این نقطه VC و TR صفر هستند.

ثالثاً: در نقطه سر به سر خط FC را قطع می کند.

جایگاه حاشیه فروش روی نمودارها

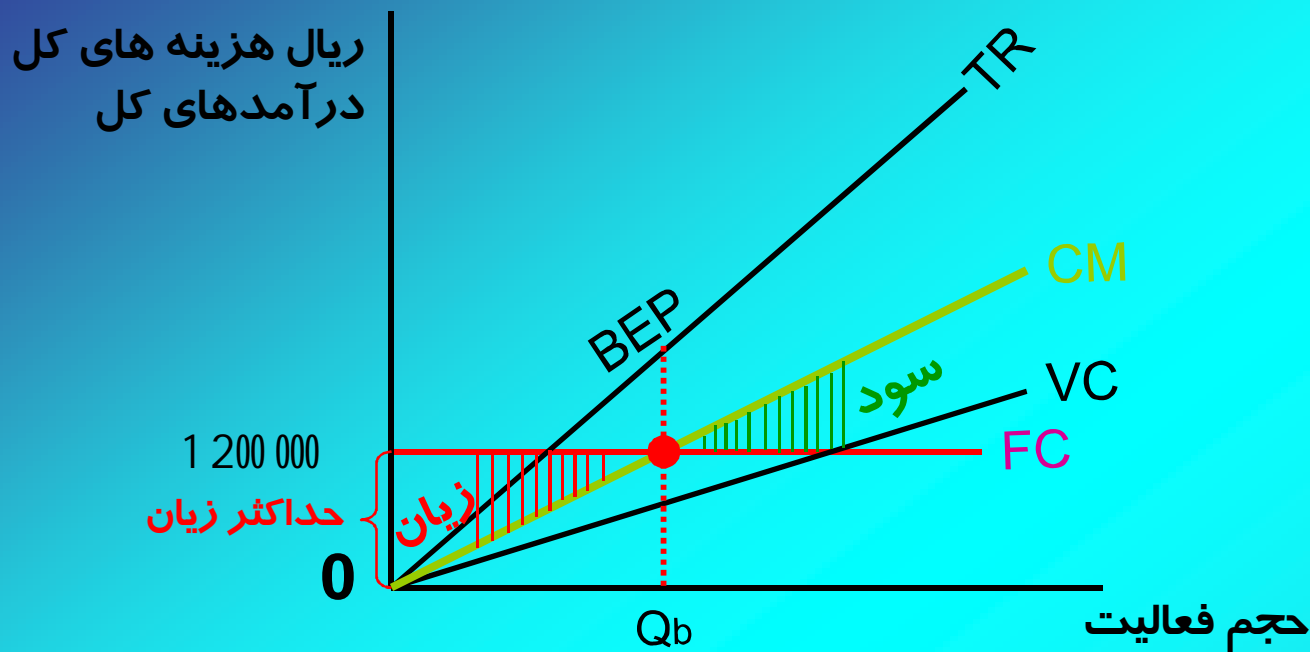
ثالثاً: در نقطه سر به سر خط FC را قطع می کند.



در نقطه سر به سر $\Rightarrow TR = VC + FC$

$\Rightarrow TR - VC = FC$

در نقطه سر به سر $\Rightarrow CM = FC$



رابطه CM با VC ← یک رابطه معکوس است.

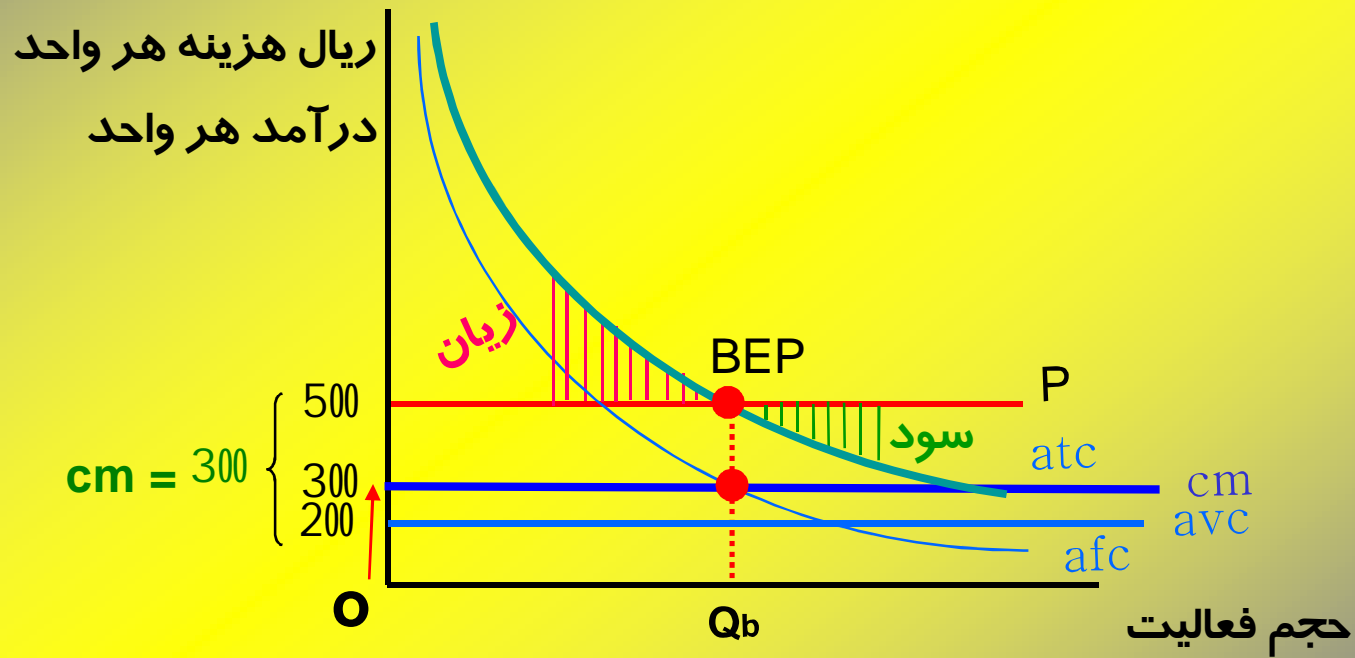
آیا ممکن است CM صفر شود، به این معنا که VC با TR مساوی باشد؟

آیا ممکن است CM منفی شود، یعنی VC از TR بیشتر باشد؟

آیا ممکن است VC صفر شود و در نتیجه CM با TR مساوی باشد؟

آیا ممکن است VC منفی شود؟

جایگاه حاشیه فروش روی نمودارها



محاسبه نقطه سر به سر بر حسب مبلغ

$$Q_b = \frac{FC}{p - v}$$

$$Q_b \times P = S_b$$

مبلغ فروش در نقطه سر به سر = قیمت فروش هر واحد \times تعداد تولید و فروش در نقطه سر به سر

$$\Rightarrow Q_b \times P = \frac{FC \times P}{p - v}$$

$$\Rightarrow S_b = \frac{(FC \times P) \div p}{(p - v) \div p}$$

$$\Rightarrow S_b = \frac{FC}{\frac{p - v}{p}}$$

مبلغ فروش در نقطه سر به سر

$$\Rightarrow S_b = \frac{FC}{1 - \frac{v}{p}}$$

$$S_b = \frac{1\,200\,000}{1 - \frac{200}{500}} = 2\,000\,000$$

$$1 - \frac{v}{p} \text{ چیست؟}$$

$$1 = 500 \div$$

$$500$$

p قیمت فروش

$$(0/4) = 500 \div$$

$$(200)$$

(v) هزینه متغیر هر واحد

$$0/6 = 500 \div$$

$$300$$

cm حاشیه فروش هر واحد

$$\frac{cm}{p} = 0/6$$

نسبت حاشیه فروش

$$= \frac{cm}{p} = 1 - \frac{v}{p} = \frac{CM}{TR} = 1 - \frac{VC}{TR}$$

حاشیه کل	حاشیه هر واحد	درآمد کل	درآمد هر واحد	هزینه کل هر واحد	هزینه کل	هزینه متغیر کل	متغیر هر واحد	ثابت هر واحد	هزینه ثابت کل	تعداد
CM	cm	TR	p	atc	TC	VC	v	afc	FC	
-	300	-	500	بی نهایت	1,200,000	-	200	بی نهایت	1,200,000	0
300	300	500	500	1200200	1,200,200	200	200	1,200,000	1,200,000	1
600	300	1,000	500	600200	1,200,400	400	200	600,000	1,200,000	2
900	300	1,500	500	400200	1,200,600	600	200	400,000	1,200,000	3
1,200	300	2,000	500	300200	1,200,800	800	200	300,000	1,200,000	4
1,500	300	2,500	500	240200	1,201,000	1,000	200	240,000	1,200,000	5
1,800	300	3,000	500	200200	1,201,200	1,200	200	200,000	1,200,000	6
3,000	300	5,000	500	120200	1,202,000	2,000	200	120,000	1,200,000	10
30,000	300	50,000	500	12200	1,220,000	20,000	200	12,000	1,200,000	100
300,000	300	500,000	500	1400	1,400,000	200,000	200	1,200	1,200,000	1000
1,200,000	300	2,000,000	500	500	2,000,000	800,000	200	300	1,200,000	4000

در نقطه سر به سر:

$$TR = TC$$

$$CM = FC$$

سود (زیان) کل = صفر

$$cm = afc$$

سود (زیان) هر واحد = صفر

$$P = atc$$

برنامه ریزی سود

آیا هدف شرکت ها رسیدن به نقطه سر به سر است؟ **خیر**

از مفاهیم نقطه سر به سر برای برنامه ریزی سود استفاده می شود.

چه تعداد و چه مبلغ فروش باعث ایجاد 600 000 ریال سود می شود؟

$$Q_b = \frac{FC + 0}{p - v}$$

$$Q^* = \frac{FC + 600\,000}{p - v}$$

$$Q^* = \frac{1\,200\,000 + 600\,000}{300}$$

$$= 6000 \text{ واحد}$$

$$S_b = \frac{FC + 0}{\%CM}$$

$$S^* = \frac{FC + 600\,000}{\%CM}$$

$$S^* = \frac{1\,200\,000 + 600\,000}{\%60}$$

$$= 3\,000\,000 \text{ ریال}$$

برنامه ریزی سود

برای کسب 30% سود به فروش، چند ریال فروش لازم است؟

$$S^* = \frac{1\,200\,000 + \%30 S^*}{\%60}$$

$$\Rightarrow \%60 S^* = 1\,200\,000 + \%30 S^*$$

$$\Rightarrow \%30 S^* = 1\,200\,000 \quad \Rightarrow S^* = \frac{1\,200\,000}{\%30} = 4\,000\,000 \text{ ریال}$$

برای کسب 30% سود بعد مالیات به فروش چند ریال فروش باید داشته باشیم؟
(نرخ مالیات را 25% فرض کنید)

$$\frac{A}{1 - T}$$

100	سود قبل مالیات	%؟
(25)	مالیات	
75	سود پس از مالیات	← 30%

$$30\% \times \frac{100}{75} = 40\% \text{ نرخ سود قبل از مالیات}$$

$$S^* = \frac{1\,200\,000 + 40\% S^*}{60\%}$$

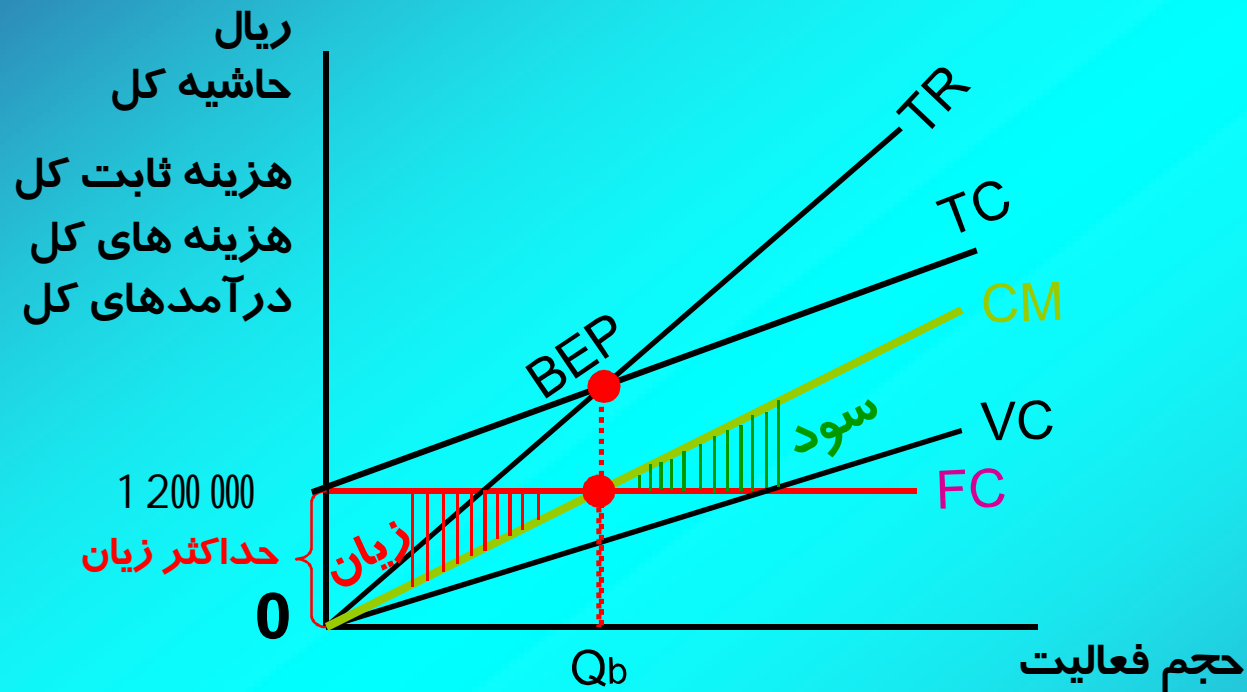
$$\Rightarrow 60\% S^* = 1\,200\,000 + 40\% S^*$$

$$\Rightarrow 20\% S^* = 1\,200\,000 \Rightarrow S^* = 6\,000\,000 \text{ ریال}$$

اثبات رقم سود بعد مالیات

	6 000 000	فروش
$(6\,000\,000 \times \%40)$	(2 400 000)	- هزینه متغیر
	<hr/>	
	3 600 000	حاشیه فروش
	1 200 000	- هزینه ثابت
	<hr/>	
	2 400 000	سود قبل از مالیات
	(600 000)	مالیات (25%)
	<hr/>	
$(6\,000\,000 \times \%30) =$	<u>1 800 000</u>	سود بعد از مالیات

نقطه سر به سر با مفهومی ساده تر

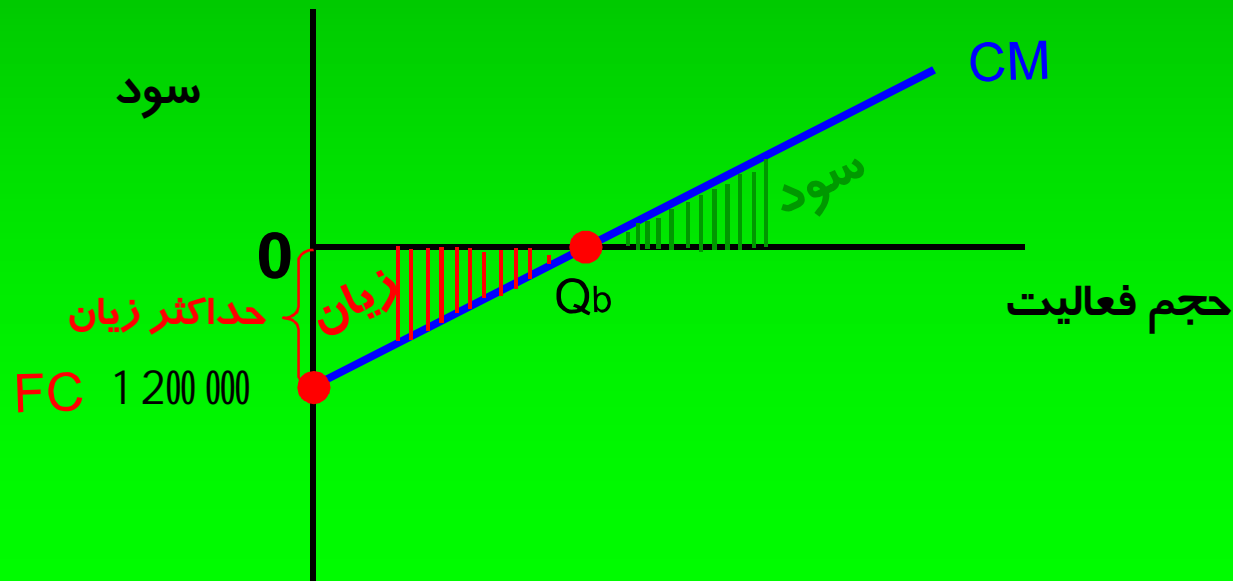


مفهوم ساده تر سود

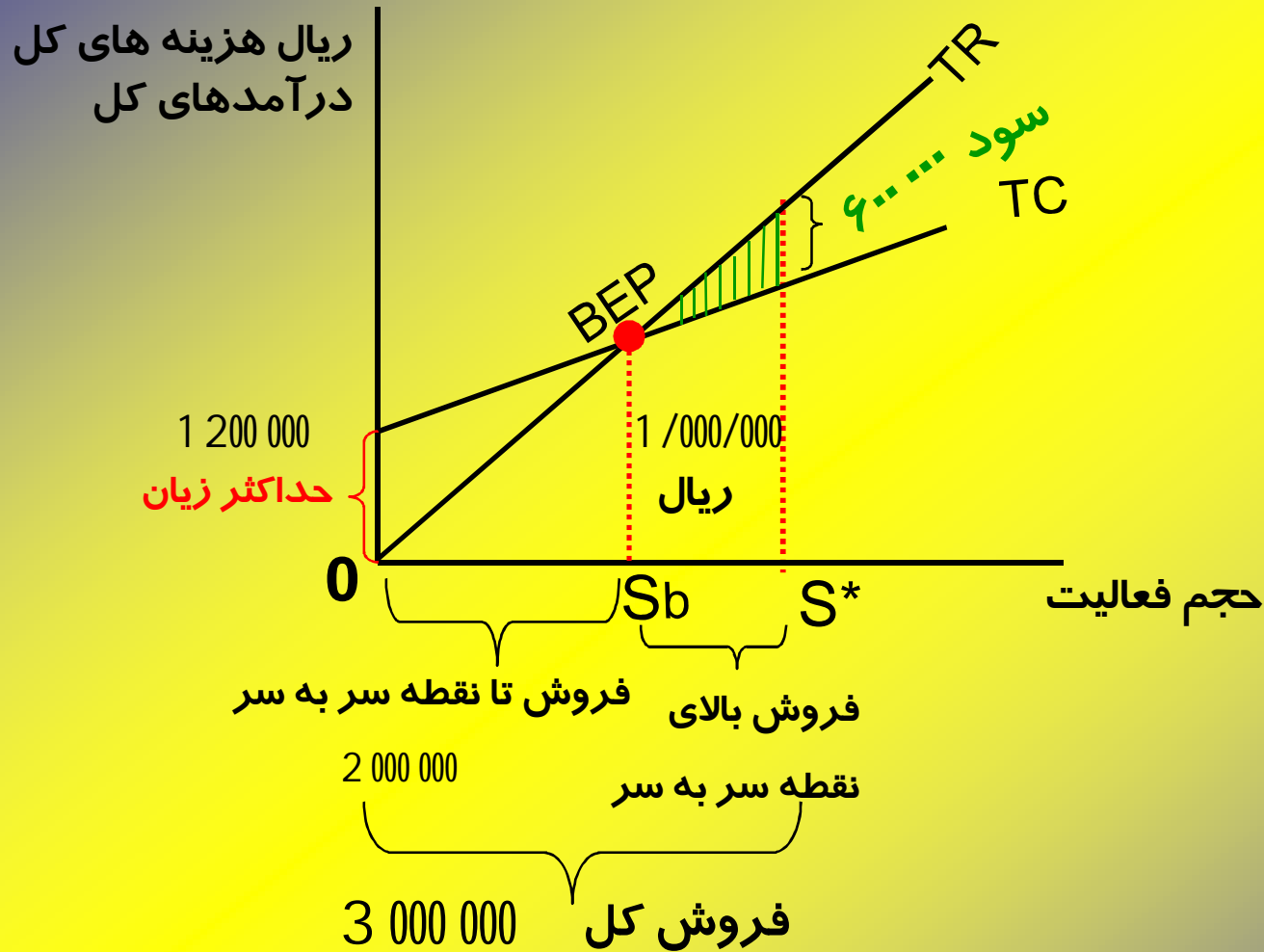
$$\text{سود} = \text{TR} - \text{TC}$$
$$= \frac{\text{VC}}{\text{VC}}$$

$$\text{سود} = \text{CM} - \text{FC}$$

نمودار مسیر سود



حاشیه ایمنی Margin of Safety



Margin of Safety حاشیه ایمنی

$$\begin{aligned} MS &= \text{فروش بالاتر از نقطه سر به سر} \\ &= S^* - S_b \end{aligned}$$

$$= 3\,000\,000 - 2\,000\,000 = 1\,000\,000 \text{ ریال}$$

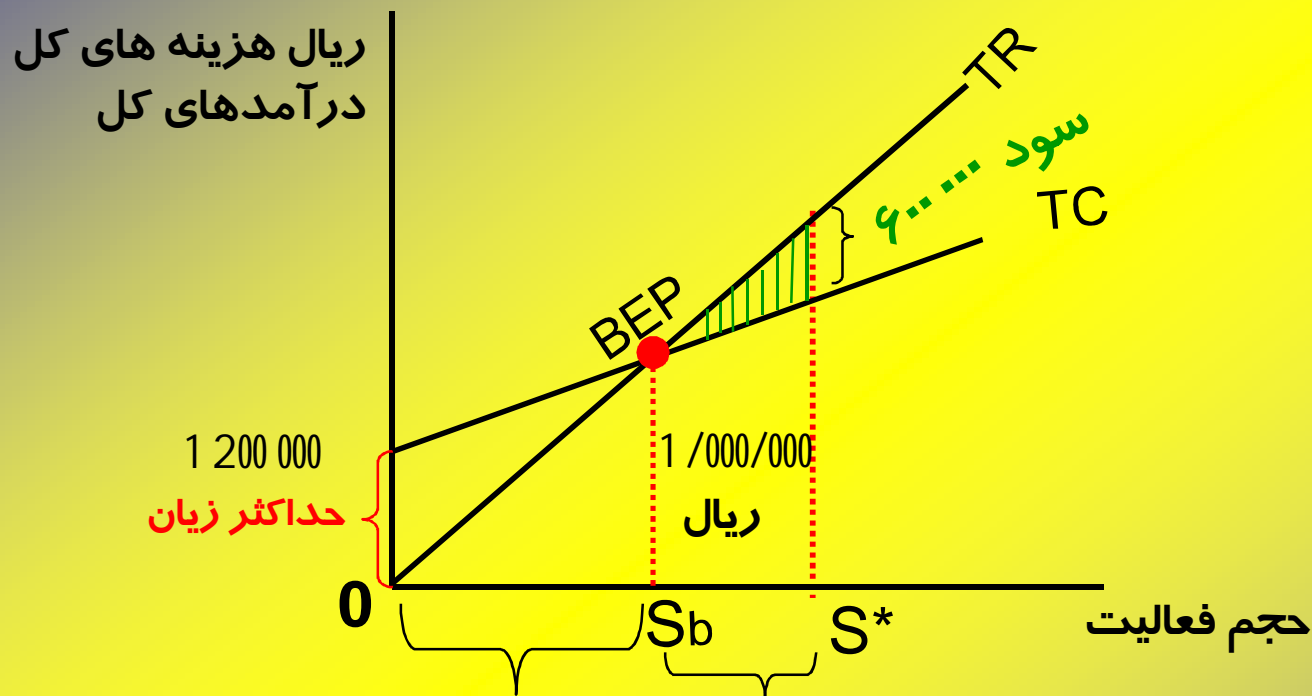
حاشیه ایمنی (MS) نشان دهنده قدرت انعطاف مدیر در مقابله با شرایط خاص است. مبلغ حاشیه ایمنی نشان می دهد چه میزان می توان فروش را کاهش داد بدون آن که وارد محیط زیان شد.

نسبت حاشیه ایمنی (%MS)

$$\%MS = \frac{MS}{S^*} = \frac{1\,000\,000}{3\,000\,000} = \frac{1}{3}$$

نسبت حاشیه ایمنی نیز نشان دهنده قدرت انعطاف مدیریت است. در این مثال مدیریت می تواند تا حداکثر یک سوم فروش خود را کاهش دهد و وارد منطقه زیان نشود.

فروش ها به دو بخش تقسیم شده اند : فروش تا نقطه سر به سر و فروش بالاتر از نقطه سر به سر



فروش تا نقطه سر به سر
2 000 000

فروش بالای
نقطه سر به سر

3 000 000
فروش کل

هر یک از این فروش ها
حاشیه ای ایجاد می کنند.

حاشیه فروش های تا نقطه سر به سر؛ وظیفه اول خود یعنی پوشش هزینه های ثابت را انجام می دهد که تا نقطه سر به سر این وظیفه به اتمام می رسد.

حاشیه فروش های بالاتر از نقطه سر به سر به وظیفه دوم خود یعنی ایجاد سود می پردازند. بنابراین می توان گفت :

حاشیه فروش های تا نقطه سر به سر = (هزینه های ثابت) FC

حاشیه فروش های بالاتر از نقطه سر به سر = I (سود)

$$I (\text{سود}) = S^* \times \underbrace{\%MS \times \%CM}_{\%I \text{ (نسبت سود به فرو ش)}}$$

در این مثال:

$$\text{نسبت حاشیه ایمنی (MS\%)} = \frac{1}{3}$$

مکمل آن یعنی نسبت فروش تا نقطه سربه سر

$$\text{نسبت فروش تا نقطه سربه سر (MS\% - 1)} = \frac{2}{3}$$

پس اگر سود 600 000 ریال باشد، هزینه های ثابت دو برابر آن یعنی 1 200 000 ریال خواهد بود.

رابطه بین سود و فروش

اگر در مثال ما فروش 3 000 000 ریال باشد، سود 600 000 ریال است :

فروش	سود
3 000 000	600 000

حال اگر فروش 150% افزایش یابد و به 7 500 000 ریال برسد؛ سود چقدر خواهد بود؟

فروش	سود
3 000 000	600 000
(150% افزایش) 4 500 000	
<hr/>	<hr/>
7 500 000	?
<hr/> <hr/>	<hr/> <hr/>

در وهله اول به نظر می رسد پاسخ این گونه باشد :

$$600\ 000 + (600\ 000 \times \%150) = 1\ 500\ 000 \quad \text{ریال}$$

ولی پاسخ صحیح نیست.

رابطه تناسب بین سود و فروش ایجاد نمی شود.

دلیل این موضوع وجود هزینه های ثابت و عدم تغییر آن در سطوح مختلف فعالیت است.

به رابطه سود و فروش توجه فرمایید :

فروش	حاشیه فروش (%60)	هزینه های ثابت	سود
3 000 000	1 800 000	— 1 200 000 =	600 000
(150% افزایش)	4 500 000		
<hr/>			
7 500 000	4 500 000	— 1 200 000 =	3 300 000

در اینجا سود 450% افزایش یافته است :

$$3\,300\,000 - 600\,000 = 2\,700\,000 \quad \text{افزایش سود}$$

$$2\,700\,000 \div 600\,000 = 450\% \quad \text{درصد افزایش سود}$$

رابطه بین افزایش سود و افزایش فروش را عاملی به نام **درجه اهرم عملیاتی** تعیین می کند.

درجه اهرم عملیاتی (DOL)

Degree of Operation Leverage

$$DOL = \frac{\text{درصد تغییرات سود}}{\text{درصد تغییرات فروش}}$$

$$DOL = \frac{1}{\%MS}$$

درجه اهرم عملیاتی همان معکوس رابطه نسبت حاشیه ایمنی است.

$$DOL = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

در این مثال :

$$3 = \frac{\text{درصد تغییرات سود (450\%)}}{\text{درصد تغییرات فروش (150\%)}}$$


Degree of Operation Leverage

درجه اهرم عملیاتی

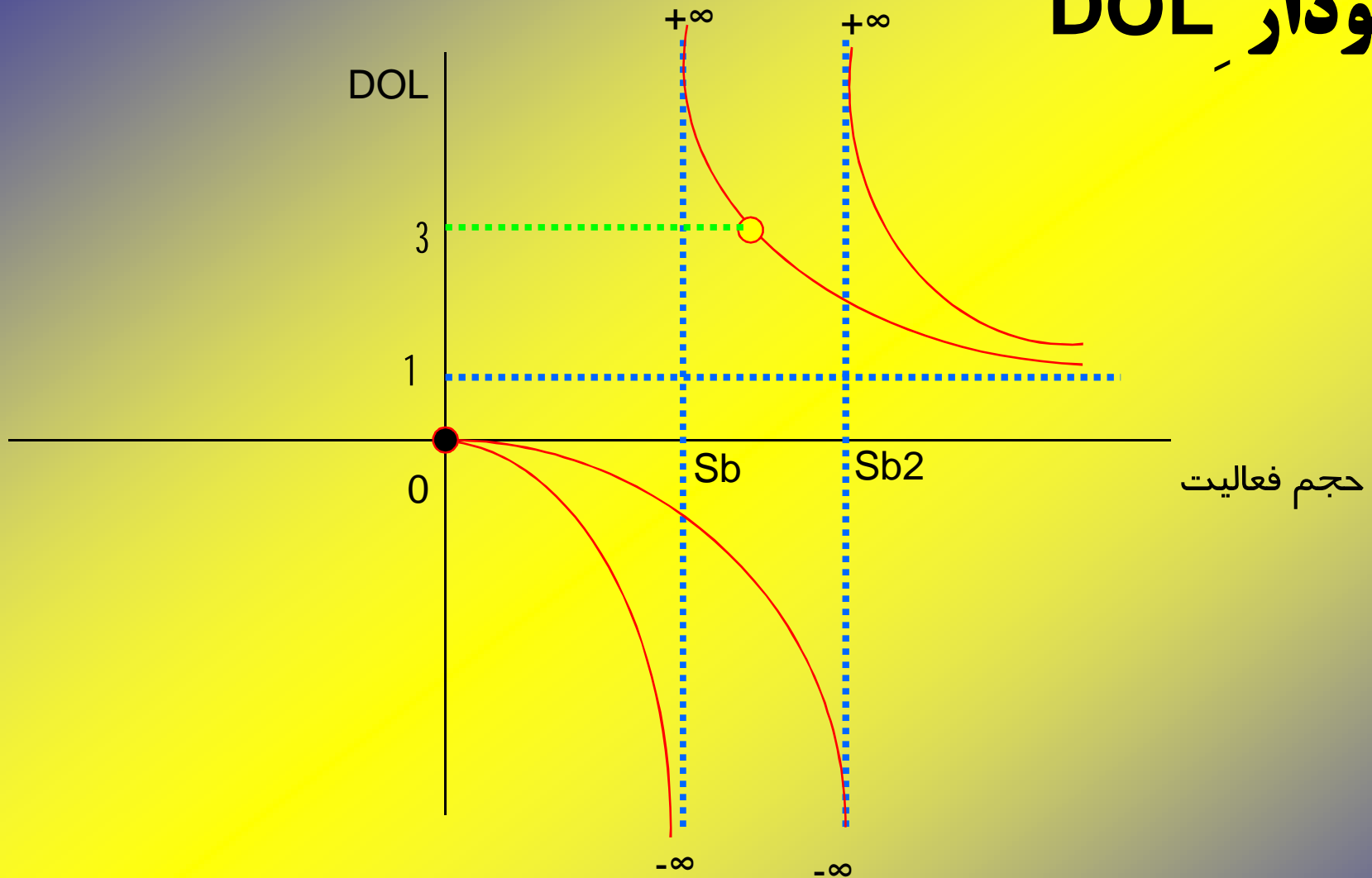
$$DOL = \frac{1}{\%MS}$$

$$\%MS = \frac{MS}{S^*} = \frac{MS \times \%CM}{S^* \times \%CM} = \frac{\text{سود}}{\text{حاشیه فروش}}$$

$$\%MS = \frac{CM - FC}{CM}$$

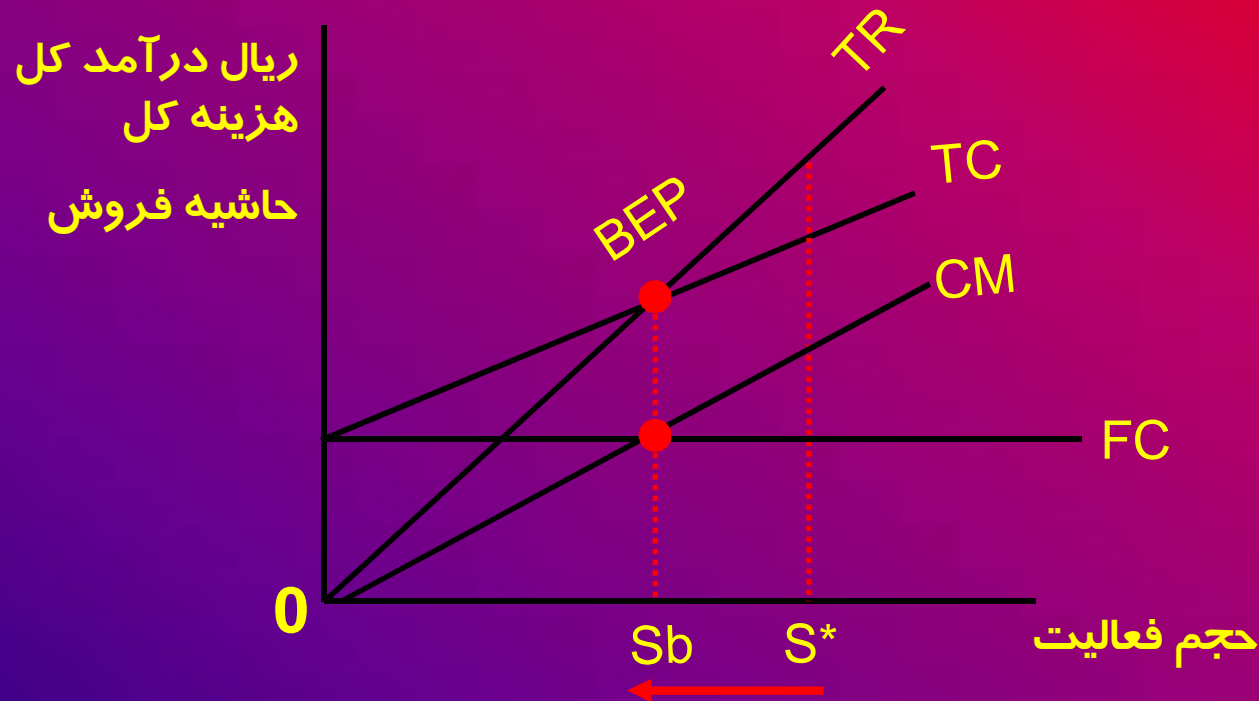

$$DOL = \frac{CM}{CM - FC}$$

نمودار DOL

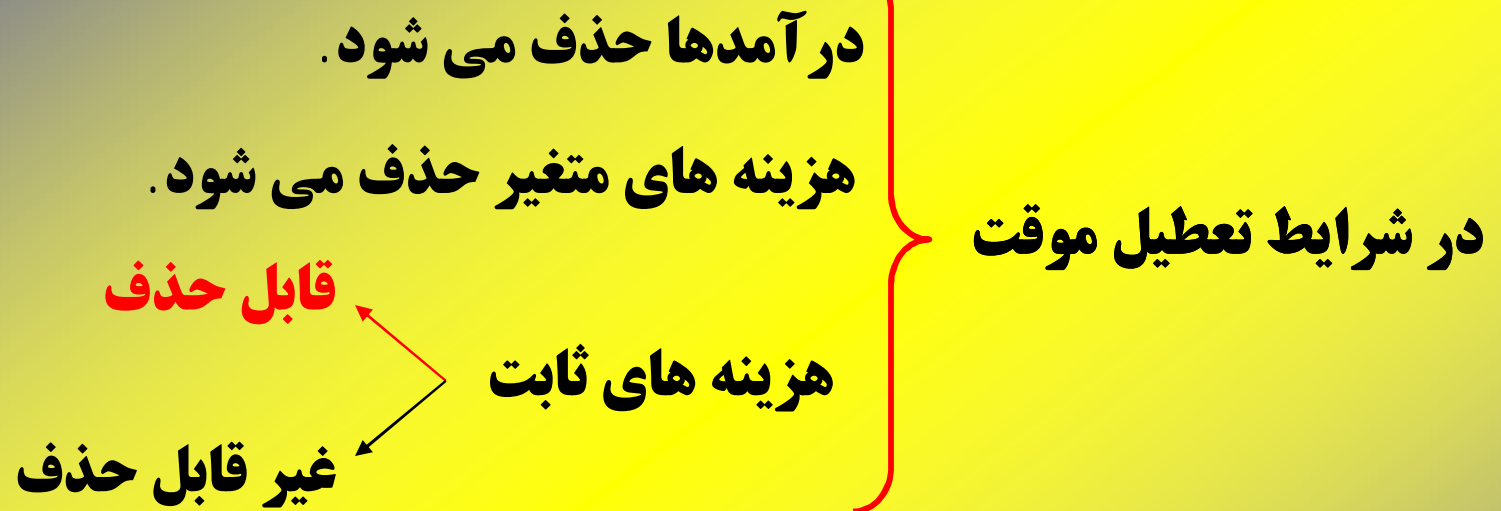


کدام درجه اهرم عملیاتی وضعیت مناسب تری را برای شرکت نشان می دهد؟

نقطه تعطیل (موقت)



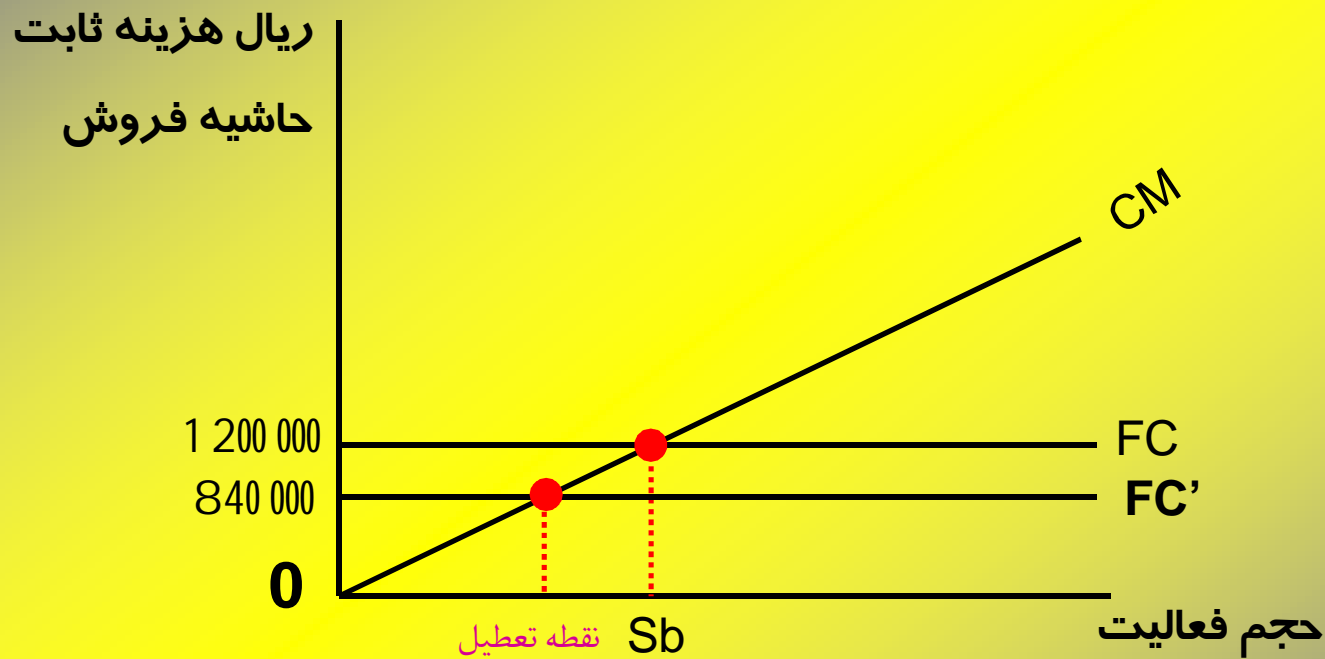
در شرایطی که به دلیل محدودیت در بازار فروش یا امکانات تولید، حجم فعالیت در حال کاهش یافتن باشد، مناسب ترین نقطه برای توقف موقت فعالیتها کجاست؟



نقطه تعطیل موقت به **هزینه های ثابت قابل حذف** بستگی دارد.

در این مثال فرض کنیم 70% از هزینه های ثابت قابل حذف است.

هزینه های ثابت قابل حذف $1\,200\,000 \times 70\% = 840\,000$



در نقطه تعطیل:

هزینه های ثابت قابل حذف = حاشیه فروش

بنابراین:

$$\begin{aligned} \text{مبلغ فروش در نقطه تعطیل (موقت)} &= \frac{\text{هزینه های ثابت قابل حذف}}{\%CM} = \frac{840\,000}{\%60} \\ &= 1\,400\,000 \text{ ریال} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد فروش در نقطه تعطیل (موقت)} &= \frac{\text{هزینه های ثابت قابل حذف}}{cm} = \frac{840\,000}{300} \\ &= 2800 \text{ واحد} \end{aligned}$$

اثبات محاسبات نقطه تعطیل :

تعداد فروش در شرایط دایر			تعطیل	شرح
2799	2800	2801		
1/399/500	1/400/000	1/400/500	صفر	درآمد فروش
(559/800)	(560/000)	(560/200)	صفر	هزینه های متغیر
739/700	840/000	840/300	صفر	حاشیه فروش
				هزینه های ثابت
				سود (زیان)

اثبات محاسبات نقطه تعطیل :

تعداد فروش در شرایط دایر			تعطیل	شرح
2799	2800	2801		
1/399/500	1/400/000	1/400/500	صفر	درآمد فروش
(559/800)	(560/000)	(560/200)	صفر	هزینه های متغیر
839/700	840/000	840/300	صفر	حاشیه فروش
(1/200/000)	(1/200/000)	(1/200/000)	(360/000)	هزینه های ثابت
(360/300)	(360/000)	(359/700)	(360/000)	سود (زیان)

تحلیل روابط حجم فعالیت؛ هزینه - سود (در شرکت های چند محصولی)

محصول	تعداد تقاضا Q	قیمت فروش هر واحد p	هزینه های متغیر هر واحد v	ساعات کار مستقیم H	مصرف مواد هر واحد	ساعات ماشین هر واحد
A	3 000	600	300	1 ساعت	1 کیلوگرم	6 ساعت
B	3 000	2 000	1 500	2 ساعت	2 کیلوگرم	1 ساعت
C	4 000	500	100	4/5 ساعت	4 کیلوگرم	2 ساعت
جمع	10 000					

تسهیم سربار ثابت بر اساس یک مبنای مناسب :

$$\frac{2\,700\,000}{27\,000} \times \left\{ \begin{array}{l} (3000 \times 1) = 300\,000 \quad \text{A سهم محصول} \\ (3000 \times 2) = 600\,000 \quad \text{B سهم محصول} \\ (4000 \times 4/5) = 1\,800\,000 \quad \text{C سهم محصول} \end{array} \right.$$

سهم هر واحد محصولات از سربار ثابت :

$$300\ 000 \div 3000 = 100$$

سهم هر واحد محصول A

$$600\ 000 \div 3000 = 200$$

سهم هر واحد محصول B

$$1\ 800\ 000 \div 4000 = 450$$

سهم هر واحد محصول C

تحلیل روابط حجم فعالیت؛ هزینه - سود (در شرکت های چند محصولی)

سود (زیان) هر واحد	هزینه کل هر واحد atc	هزینه ثابت هر واحد afc	ساعات کار مستقیم H	هزینه های متغیر هر واحد v	قیمت فروش هر واحد p	تعداد تقاضا Q	محصول
200	400	100	1 ساعت	300	600	3 000	A
300	1700	200	2 ساعت	1 500	2 000	3 000	B
(50)	550	450	4/5 ساعت	100	500	4 000	C
						10 000	جمع

کدام محصول بدترین و کدام محصول بهترین است؟

ترسیم نمودار مسیر سود محصولات

اولویت	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	هزینه های متغیر هر واحد v	قیمت فروش هر واحد p	تعداد تقاضا Q	محصول
2	%50	900 000	300	300	600	3000	A
3	%25	1 500 000	500	1500	2000	3000	B
1	%80	1 600 000	400	100	500	4000	C
		4 000 000				10 000	جمع

محصول	تعداد تقاضا	قیمت فروش هر واحد	درآمد فروش	نسبت حاشیه فروش	حاشیه فروش کل
C	4000	× 500	= 2 000 000	%80	1 600 000
A	3000	× 600	= 1 800 000	%50	900 000
B	3000	× 2000	= 6 000 000	%25	1 500 000
			<u>9 800 000</u>		

محصول

درآمد فروش

حاشیه فروش

صفر

صفر

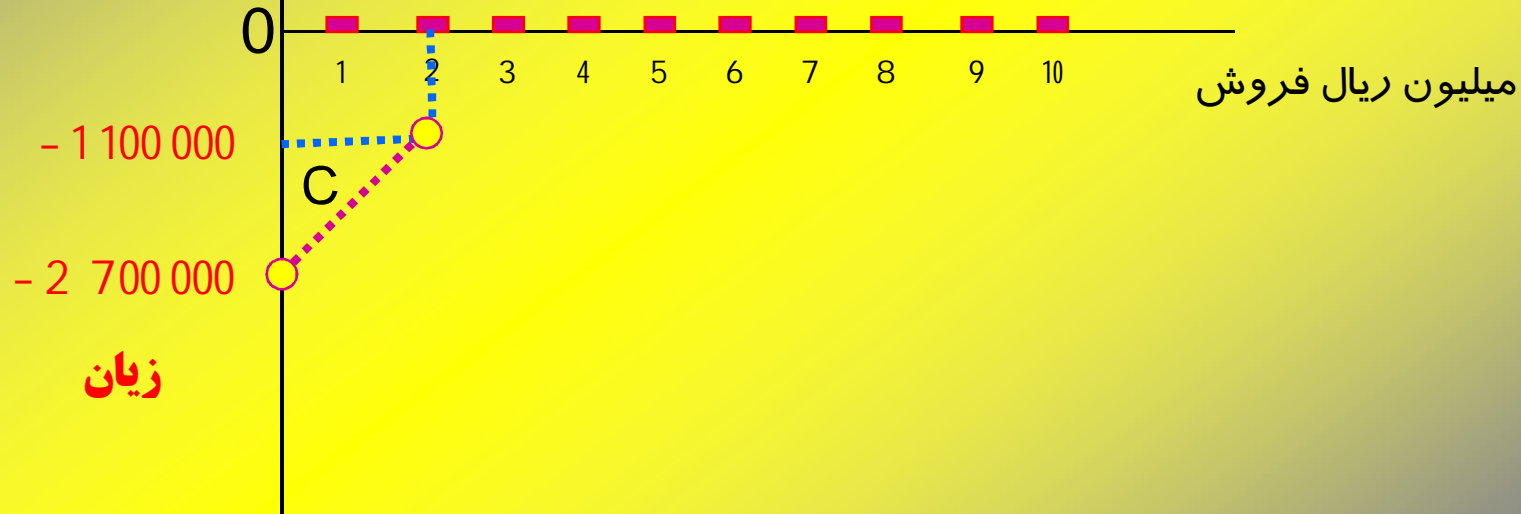
C

2 000 000

1 600 000

میلیون ریال
حاشیه فروش

سود

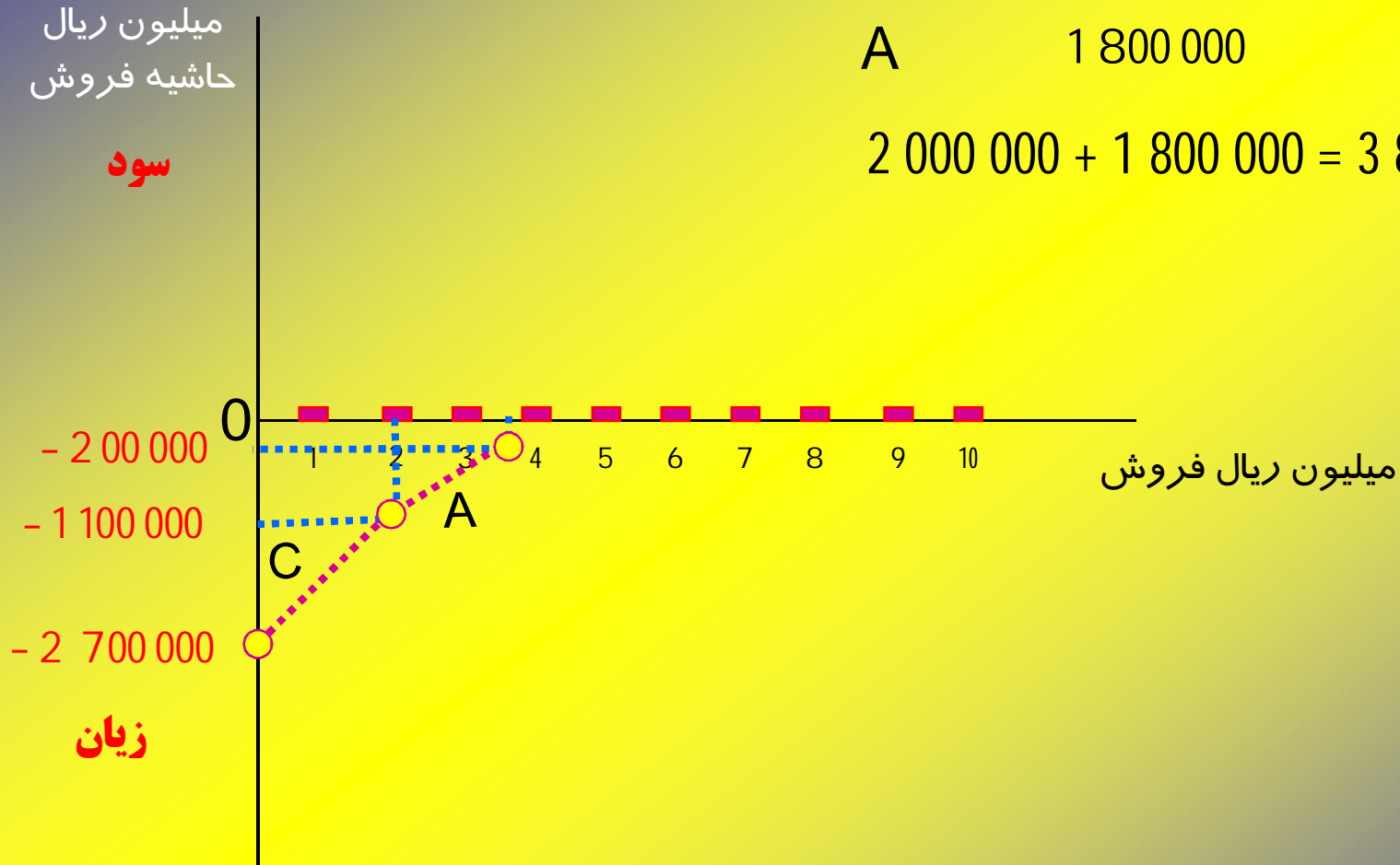


$$- 2\,700\,000 + 1\,600\,000 = -1\,100\,000$$

حاشیه فروش **درآمد فروش** **محصول**

A 1 800 000 900 000

$$2\,000\,000 + 1\,800\,000 = 3\,800\,000$$

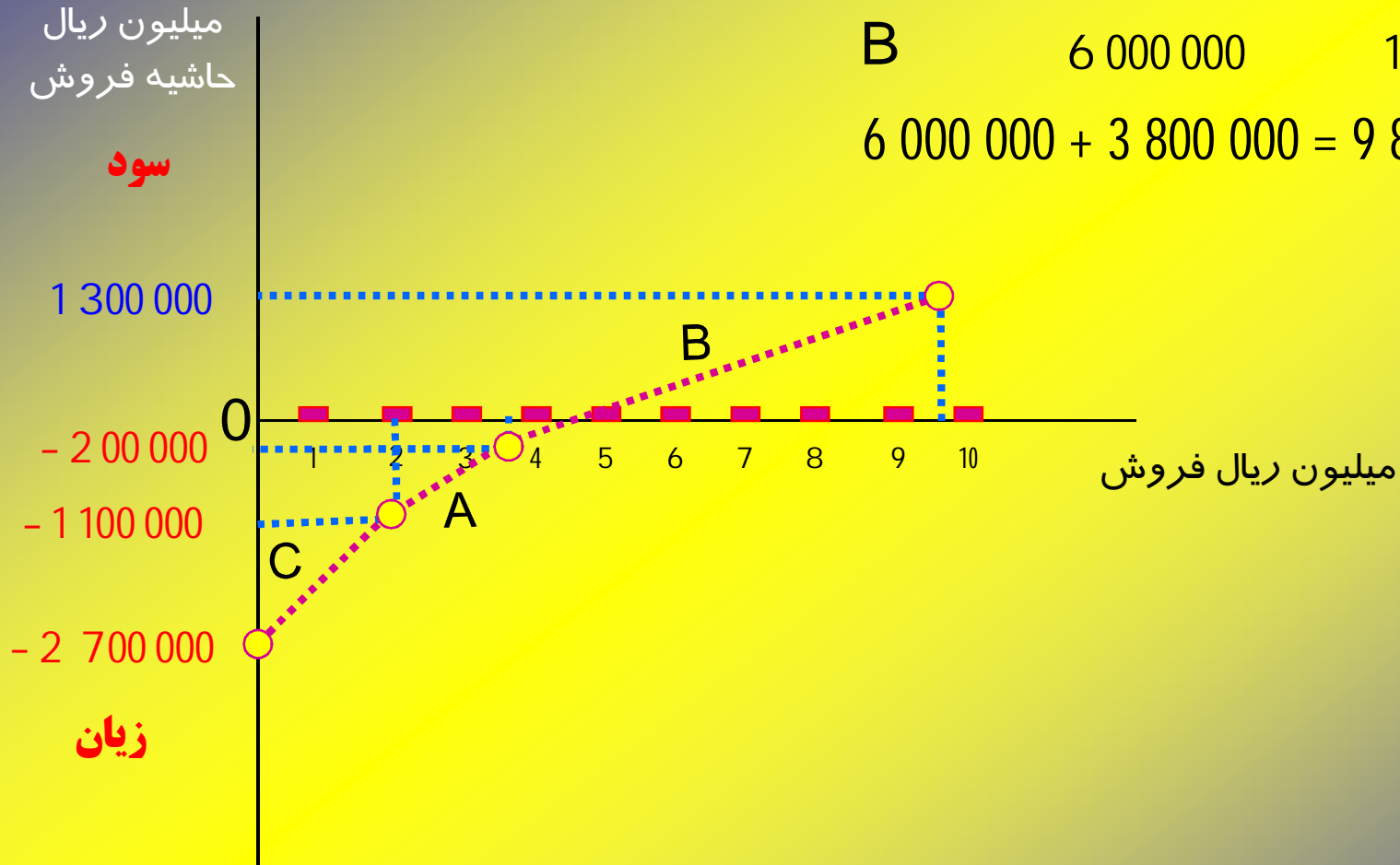


$$- 1\,100\,000 + 900\,000 = - 200\,000$$

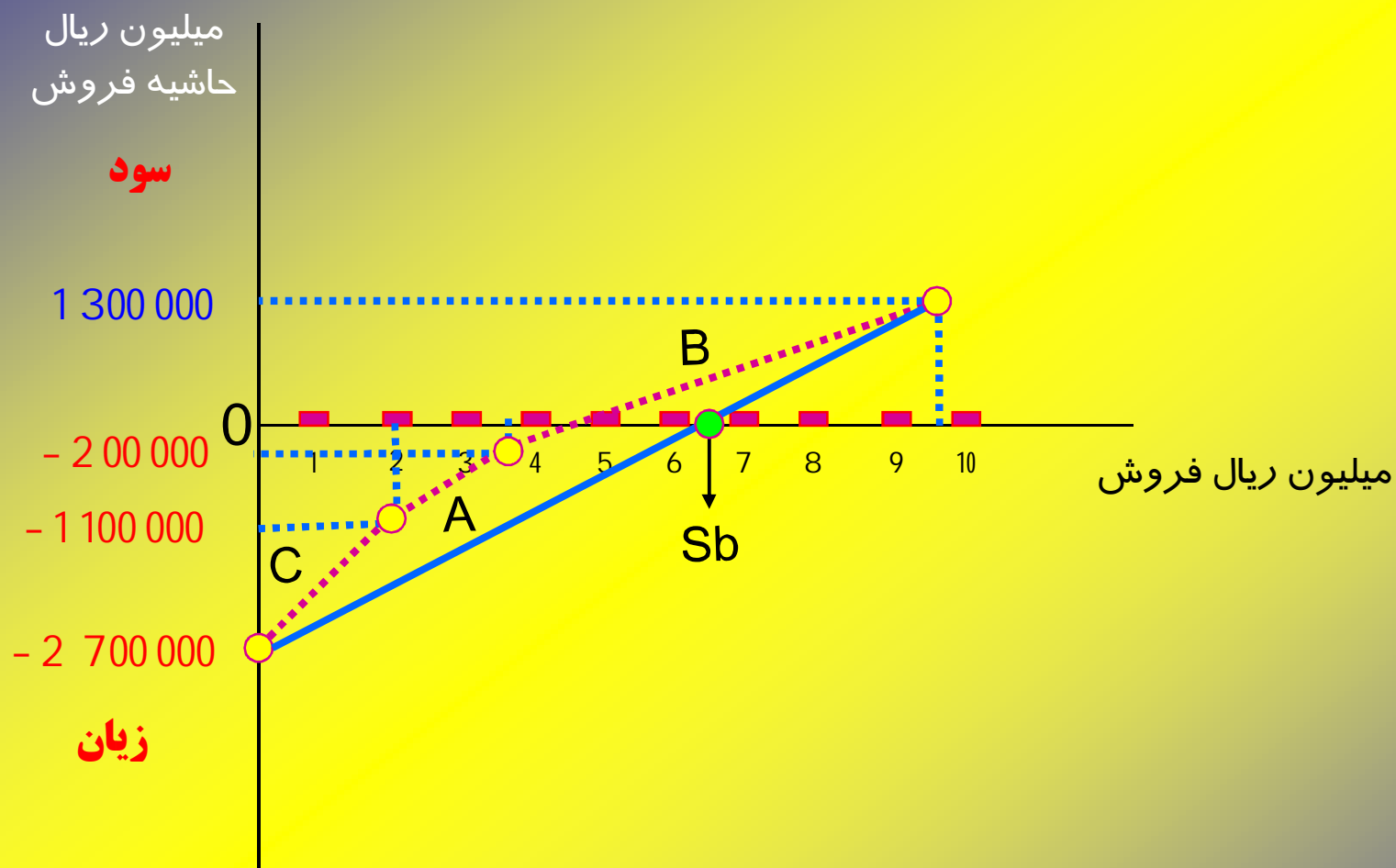
حاشیه فروش **درآمد فروش** **محصول**

B 6 000 000 1 500 000

$$6\,000\,000 + 3\,800\,000 = 9\,800\,000$$



$$-200\,000 + 1\,500\,000 = 1\,300\,000$$



محاسبه تعداد فروش در نقطه سر به سر

$$Q_b = \frac{FC}{cm} = \frac{2\,700\,000}{4000} = 675 \quad \text{تعداد ترکیب های فروش در نقطه سر به سر}$$

$$675 \times \begin{cases} 3 & = 2025 \text{ تعداد A} \\ 3 & = 2025 \text{ تعداد B} \\ 4 & = 2700 \text{ تعداد C} \\ \hline 10 & = \underline{\underline{6750}} \text{ تعداد کل} \end{cases}$$

حاشیه ترکیبی	حاشیه هر واحد cm	ترکیب فروش	Q	محصول
900	300	3	3000	A
1500	500	3	3000	B
1600	400	4	4000	C
4000		10	10 000	جمع

محاسبه مبلغ فروش در نقطه سر به سر

$$S_b = \frac{FC}{CM\%} = \frac{2\,700\,000}{\frac{4\,000}{9800}} = 6\,615\,000$$

ریال مبلغ فروش در نقطه سر به سر

فروش ترکیبی	قیمت فروش هر واحد P	ترکیب فروش	Q	محصول
1800	600	3	3000	A
6000	2000	3	3000	B
2000	500	4	4000	C
9800		10	10 000	جمع

$$\frac{6\,615\,000}{9\,800} \times \begin{cases} 1\,800 = 1\,215\,000 & \text{(A)} \\ 6\,000 = 4\,050\,000 & \text{(B)} \\ 2\,000 = 1\,350\,000 & \text{(C)} \end{cases}$$

برای انجام محاسباتی نظیر:
تعیین مبلغ فروش برای رسیدن به سود مورد نظر،
حاشیه ایمنی و نسبت آن،
درجه اهرم عملیاتی،
و نقطه تعطیل
مشابه با شرکت های تک محصولی عمل می شود.

محدودیت ها

اولویت	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	هزینه های متغیر هر واحد v	قیمت فروش هر واحد p	تعداد تقاضا Q	محصول
2	%50	900 000	300	300	600	3000	A
3	%25	1 500 000	500	1500	2000	3000	B
1	%80	1 600 000	400	100	500	4000	C
		4 000 000				10 000	جمع

در شرایط **عدم وجود محدودیت**، اولویت تولید و فروش محصولات، براساس **نسبت حاشیه فروش** آنها تعیین می شود.

در اینجا بهترین محصول، محصول C است. وجود محدودیت در تقاضا باعث روی آوردن به تولید و فروش سایر محصولات می شود و بعد از آن محصولات A و B تولید می شوند.

فرض کنید امکان تولید و فروش نامحدود است و هیچگونه محدودیتی در بازار وجود ندارد.

بهترین ترکیب تولید و فروش از این محصولات کدام است؟

اولویت	نسبت حاشیه فروش %CM _i	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	هزینه های متغیر هر واحد v	قیمت فروش هر واحد p	تعداد تقاضا Q	محصول
2	%50	900 000	300	300	600	3000	A
3	%25	1 500 000	500	1500	2000	3000	B
1	%80	1 600 000	400	100	500	4000	C
		4 000 000				10 000	جمع

فقط از محصول C تولید خواهد شد تا بیشترین سود ممکن حاصل شود.
در این حالت به ازای هر 100 ریال فروش، 80 ریال حاشیه سود حاصل خواهد شد.

محدودیت ها

اولویت	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	هزینه های متغیر هر واحد v	قیمت فروش هر واحد p	تعداد تقاضا Q	محصول
3	%50	900 000	300	300	600	3000	A
1	%25	1 500 000	500	1500	2000	3000	B
2	%80	1 600 000	400	100	500	4000	C
		4 000 000				10 000	جمع

در شرایط وجود محدودیت مقداری تولید یا فروش، اولویت محصولات براساس مبلغ حاشیه فروش آنها قرار می گیرد.
در اینجا نیز بهترین محصول، محصول B است، ولی بعد از آن محصولات C و A قرار می گیرند.

فرض کنید امکان تولید بیشتر به میزان 50 درصد ظرفیت فعلی بوجود آمده است ولی کشش بازار محصولات B و C بیشتر از 20% نیست.

بهترین ترکیب تولید و فروش از این محصولات کدام است؟

اولویت	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	هزینه های متغیر هر واحد v	قیمت فروش هر واحد p	تعداد تقاضا Q	محصول
3	%50	900 000	300	300	600	3000	A
1	%25	1 500 000	500	1500	2000	3000	B
2	%80	1 600 000	400	100	500	4000	C
		4 000 000				10 000	جمع

ابتدا از محصول B به تعداد 3 600 واحد تولید شده و سپس 4 800 واحد از محصول C تولید می شود و باقیمانده ظرفیت به محصول A اختصاص می یابد.

$$\begin{array}{l}
 B \quad 3\ 600 \\
 C \quad 4\ 800 \\
 A \quad 6\ 600
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} B \\ C \\ A \end{array}} \right\} 15000$$

محاسبه بیشترین سود ممکن:

اولویت	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	هزینه های متغیر هر واحد v	قیمت فروش هر واحد p	تعداد تقاضا Q	محصول
3	%50	900 000	300	300	600	3000	A
1	%25	1 500 000	500	1500	2000	3000	B
2	%80	1 600 000	400	100	500	4000	C
		4 000 000				10 000	جمع

محصول	تعداد	حاشیه هر واحد	مبلغ حاشیه	هزینه ثابت	سود خالص
B	3 600	500	1 800 000		
C	4 800	400	1 920 000		
A	6 600	300	1 980 000		
			5 700 000	2 700 000	3 000 000

محدودیت ها

اولویت	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	نسبت حاشیه فروش CM%	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
1	300	1 کیلو گرم	%50	900 000	300	3000	A
2	250	2 کیلو گرم	%25	1 500 000	500	3000	B
3	100	4 کیلو گرم	%80	1 600 000	400	4000	C
				4 000 000		10 000	جمع

در شرایط وجود محدودیت خاصی در تولید نظیر **مواد مصرفی**، اولویت محصولات بر اساس **مبلغ حاشیه فروش حاصل از مصرف هر کیلو مواد تعیین** می شود.

در این حالت بهترین محصول، محصول A است، و بعد از آن محصولات B و C قرار می گیرند.

محدودیت ها

فرض کنید مواد مورد نیاز ما دچار محدودیت و سهمیه بندی شده و فقط 60% نیاز عادی تامین می شود (15 000 کیلوگرم) مصرف عادی براساس جدول زیر 25 000 کیلو گرم است.

اولویت	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	نسبت حاشیه فروش CM%	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
1	300	1 کیلوگرم	%50	900 000	300	3000	A
2	250	2 کیلوگرم	%25	1 500 000	500	3000	B
3	100	4 کیلوگرم	%80	1 600 000	400	4000	C
				4 000 000		10 000	جمع

محصول	تعداد	مواد مصرفی
A	3 000	3 000
B	3 000	6 000
C	1500	6 000

15 000 کیلوگرم

محاسبه بیشترین سود ممکن:

اولویت	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	نسبت حاشیه فروش CM%	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
1	300	1 کیلوگرم	%50	900 000	300	3000	A
2	250	2 کیلوگرم	%25	1 500 000	500	3000	B
3	100	4 کیلوگرم	%80	1 600 000	400	4000	C
				4 000 000		10 000	جمع

محصول	تعداد	حاشیه هر واحد	مبلغ حاشیه	هزینه ثابت	سود خالص
A	3 000	300	900 000		
B	3 000	500	1 500 000		
C	1500	400	600 000		
			3 000 000	2 700 000	300 000

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
3	50	6 ساعت	%50	900 000	300	3000	A
1	500	1 ساعت	%25	1 500 000	500	3000	B
2	200	2 ساعت	%80	1 600 000	400	4000	C
				4 000 000		10 000	جمع

در شرایط وجود محدودیت خاصی در تولید نظیر **ساعات کار ماشین**، اولویت محصولات بر اساس **مبلغ حاشیه فروش حاصل از هر ساعت کار ماشین** تعیین می شود.

در این حالت بهترین محصول، محصول B است، و بعد از آن محصولات A و C قرار می گیرند.

محدودیت ها

فرض کنید ماشین های تولید دچار توقف های ناشی از قطع برق و نبود قطعات یدکی شده و فقط 20 000 از ساعت ساعات مورد نیاز عادی تامین می شود. ساعات عادی کار براساس جدول زیر 29 000 ساعت است.

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
3	50	6 ساعت	%50	900 000	300	3000	A
1	500	1 ساعت	%25	1 500 000	500	3000	B
2	200	2 ساعت	%80	1 600 000	400	4000	C
				4 000 000		10 000	جمع

محصول	تعداد	ساعات کار
B	3 000	3 000
C	4000	8 000
A	1500	9 000

} 20 000

محاسبه بیشترین سود ممکن:

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	نسبت حاشیه فروش %CM	حاشیه فروش کل CM	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
3	50	6 ساعت	%50	900 000	300	3000	A
1	500	1 ساعت	%25	1 500 000	500	3000	B
2	200	2 ساعت	%80	1 600 000	400	4000	C
				4 000 000		10 000	جمع

محصول	تعداد	حاشیه هر واحد	مبلغ حاشیه	هزینه ثابت	سود خالص
B	3 000	500	1 500 000		
C	4000	400	1 600 000		
A	1500	300	450 000		
			<u>3 550 000</u>	2 700 000	850 000

محدودیت ها

آیا محدودیت ها، تک تک مطرح می شوند و یا اینکه ممکن است همراه با هم نیز ظاهر شوند؟

آیا ممکن است در صورت بروز چند محدودیت با هم به درستی تصمیم گیری کرد؟

معمولا "خیر؟
در صورت توجه به محدودیت اول، بخشی از امکانات محدود دیگر تلف خواهد شد.

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
	50	6 ساعت	300	1 کیلوگرم	300	3000	A
	500	1 ساعت	250	2 کیلوگرم	500	3000	B
	200	2 ساعت	100	4 کیلوگرم	400	4000	C
						10 000	جمع

فرض کنید 3 محدودیت همزمان به وجود آمده است. تقاضای بازار تا مقادیر فعلی، مواد تا 15 000 کیلو و ساعات کار ماشین آلات تا 20 000 ساعت.

در این حالت، اولویت با تولید کدام محصول است؟

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
	50	6 ساعت	300	1 کیلوگرم	300	3000	A
	500	1 ساعت	250	2 کیلوگرم	500	3000	B
	200	2 ساعت	100	4 کیلوگرم	400	4000	C
		20 000		15 000		10 000	جمع

اگر اولویت مواد مطرح شود:

محصول	تعداد	مواد مصرفی	ساعات کار	تعداد
A	3 000	3 000	18 000	3 000
B	3 000	6 000	2 000	2 000
C	1 500	6 000		

} 20 000

محدودیت ساعات کار اجازه تولید نخواهد داد و بخشی از مواد به مصرف

نخواهد رسید.

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
	50	6 ساعت	300	1 کیلوگرم	300	3000	A
	500	1 ساعت	250	2 کیلوگرم	500	3000	B
	200	2 ساعت	100	4 کیلوگرم	400	4000	C
		20 000		15 000		10 000	جمع

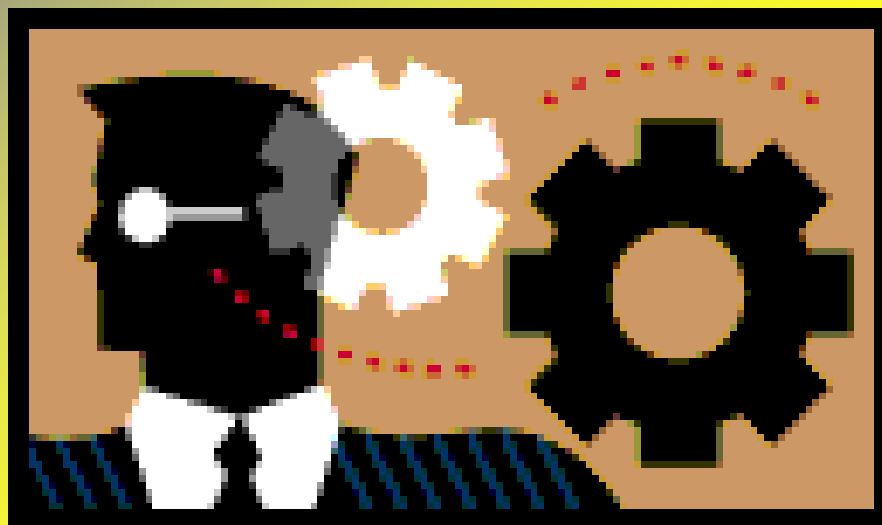
و اگر اولویت ساعات کار مطرح شود:

محصول	تعداد	ساعات کار	تعداد	مواد مصرفی	} 15 000
B	3 000	3 000	3 000	6 000	
C	4000	8 000	2 250	9 000	
A	1500	9 000			

به دلیل کمبود مواد، بخشی از زمان هدر خواهد رفت.



پس چه باید کرد؟



استفاده از مدل های ریاضی به نتیجه گیری بهتر کمک می کند.

محدودیت ها



- برای مدل سازی، ابتدا باید تابع هدف مشخص شود.
- سپس محدودیت ها تعریف می شود.
- پس از انجام محاسبات، برنامه تولید آن چنان به دست خواهد آمد که از تمام امکانات محدود به صورت کامل با در نظر گرفتن محدودیت ها استفاده شده است.

محدودیت ها

نحوه مدل سازی

تابع هدف = بیشینه کردن سود:

$$\text{Max (CM – FC)}$$

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
	50	6 ساعت	300	1 کیلوگرم	300	3000	A
	500	1 ساعت	250	2 کیلوگرم	500	3000	B
	200	2 ساعت	100	4 کیلوگرم	400	4000	C
		20 000		15 000		10 000	جمع

محدودیت ها

نحوه مدل سازی

تابع هدف = بیشینه کردن سود:

$$\text{Max (CM – FC)}$$

$$\text{Max [(300 Q}_A\text{)+ (500 Q}_B\text{) + (400Q}_C\text{)]}$$

محدودیت ها:

تقاضای بازار

S.T. {

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
	50	6 ساعت	300	1 کیلوگرم	300	3000	A
	500	1 ساعت	250	2 کیلوگرم	500	3000	B
	200	2 ساعت	100	4 کیلوگرم	400	4000	C
		20 000		15 000		10 000	جمع

محدودیت ها

نحوه مدل سازی

تابع هدف = بیشینه کردن سود:

$$\text{Max (CM – FC)}$$

$$\text{Max [(300 Q}_A\text{)+ (500 Q}_B\text{) + (400Q}_C\text{)] – FC}$$

محدودیت ها:

S.T. {

$$\begin{aligned} Q_A &\leq 3000 \\ Q_B &\leq 3000 \\ Q_C &\leq 4000 \end{aligned}$$

تقاضای بازار

مواد اولیه

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
	50	6 ساعت	300	1 کیلوگرم	300	3000	A
	500	1 ساعت	250	2 کیلوگرم	500	3000	B
	200	2 ساعت	100	4 کیلوگرم	400	4000	C
		20 000		15 000		10 000	جمع

محدودیت ها

نحوه مدل سازی

تابع هدف = بیشینه کردن سود:

$$\text{Max (CM – FC)}$$

$$\text{Max [(300 Q}_A\text{)+ (500 Q}_B\text{) + (400Q}_C\text{)] – FC}$$

محدودیت ها:

S.T.	{	$Q_A \leq 3000$	تقاضای بازار	
		$Q_B \leq 3000$		
		$Q_C \leq 4000$		مواد اولیه
		$1Q_A + 2Q_B + 4Q_C \leq 15000$		ساعات کار ماشین

محدودیت ها

اولویت	حاشیه هر ساعت	ساعات کار ماشین برای هر واحد	حاشیه مصرف هر کیلو مواد	مصرف مواد هر واحد	حاشیه فروش هر واحد cm	تعداد تقاضا Q	محصول
	50	6 ساعت	300	1 کیلوگرم	300	3000	A
	500	1 ساعت	250	2 کیلوگرم	500	3000	B
	200	2 ساعت	100	4 کیلوگرم	400	4000	C
		20 000		15 000		10 000	جمع

محدودیت ها

نحوه مدل سازی

تابع هدف = بیشینه کردن سود:

$$\text{Max (CM – FC)}$$

$$\text{Max [(300 Q}_A\text{)+ (500 Q}_B\text{) + (400Q}_C\text{)] – FC}$$

محدودیت ها:

S.T.	{	$Q_A \leq 3000$		
		$Q_B \leq 3000$		تقاضای بازار
		$Q_C \leq 4000$		
		$1Q_A + 2Q_B + 6Q_C \leq 15000$		مواد اولیه
		$6 Q_A + 1Q_B + 2Q_C \leq 20000$		ساعات کار ماشین

با بودن کامپیوترها، حل این نوع برنامه های OR
به سادگی انجام می شود.

